

## Devoir Maison 2 – Pour le 24/10/2008

### Exercice 1 : Saut à l'élastique

Un sauteur à l'élastique, modélisé par un point matériel M, de masse  $m = 70\text{kg}$  saute d'un pont (depuis le point P) suivant l'axe vertical  $(P, \vec{e}_z)$  avec un élastique accroché aux pieds. On suppose sa vitesse initiale nulle. Pendant les 30 premiers mètres de chute (jusqu'en E,  $z(E) = -30\text{m}$ ), l'élastique n'est d'aucune utilité et le sauteur est donc en chute libre. Le champ de pesanteur est supposé uniforme  $\vec{g} = -g \cdot \vec{e}_z$  avec  $g = \|\vec{g}\| = 10\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

A partir de ce point E, l'élastique est modélisable par un ressort de masse négligeable, de longueur à vide  $l_0 = 30\text{m}$  et de raideur  $k = 120\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ . On peut étudier le problème en 2D, on suppose que le référentiel  $\mathcal{R}(P; \vec{e}_x, \vec{e}_z, t)$  est galiléen et on néglige tous les frottements.

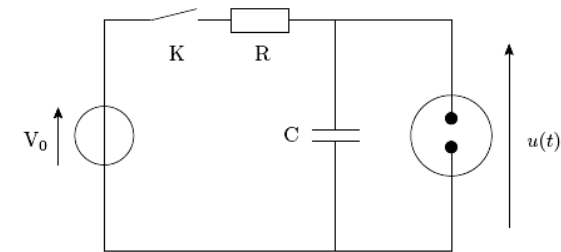
1. Faire un schéma du problème.
2. En étudiant la chute du sauteur entre P et E, déterminer la vitesse du sauteur en E (après les 30 premiers mètres de chute libre).
3. En étudiant ensuite la chute du sauteur entre le point E et le point B qui correspond au point le plus bas atteint, calculer la distance EB (attention au signe de  $z$  dans les équations et à l'expression de la tension de l'élastique)
4. En déduire la hauteur totale de chute du sauteur, et la hauteur minimale du pont à partir duquel peut s'élancer le sauteur.
5. Déterminer l'accélération maximale pendant le saut.
6. Quelle est la force que doit pouvoir supporter l'élastique pour ne pas casser ? A quelle masse cela correspond si elle est suspendue immobile.

### Exercice 2 :

### Tube à décharge

Un tube à décharge – par exemple une lampe à néon – est alimenté à travers une résistance  $R$  par une source de tension continue de force électromotrice  $V_0$ . Le comportement capacitif du tube est modélisé par un condensateur de capacité  $C$  extérieur au tube. La décharge lumineuse qui se produit entre les électrodes du tube à travers un gaz contenu à l'intérieur est caractérisée par sa tension d'allumage  $V_a$  et sa tension d'extinction  $V_e$ . Le comportement du tube est alors le suivant :

- lorsque la tension  $u$  à ses bornes est inférieure à la tension d'allumage  $V_a$ , le tube est équivalent à un interrupteur ouvert,
- lorsque la tension  $u$  atteint la tension  $V_a$ , la décharge se produit tant que la tension reste supérieure à la tension d'extinction  $V_e$  ; le tube est alors équivalent à un conducteur ohmique de résistance  $r$ .



Données :  $R = 10\text{ k}\Omega$ ,  $r = 1\ \Omega$ ,  $C = 0,5\ \mu\text{F}$ ,  $V_0 = 120\text{ V}$ ,  $V_a = 90\text{ V}$ ,  $V_e = 72\text{ V}$

À l'instant  $t = 0$ , le condensateur étant déchargé, l'interrupteur K est abaissé.

- I. Déterminer la loi d'évolution de la tension  $u(t)$  aux bornes du tube, jusqu'à l'instant  $t_a$  d'allumage. Exprimer et calculer la date  $t_a$ .
- II. Établir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension  $u$  à partir de cet instant. On utilisera le fait que  $r \ll R$  pour simplifier l'expression.
- III. Montrer que la tension  $u(t)$  pour  $t \geq t_a$  s'écrit sous la forme approchée
 
$$u(t) = V_a \exp\left(-\frac{t - t_a}{rC}\right)$$
 en justifiant soigneusement les approximations.
- IV. Déterminer l'expression de la date  $t_e$  à laquelle se produit l'extinction du tube et calculer la durée  $\tau_1$  de l'éclair produit.
- V. À partir de l'instant  $t_e$ , déterminer l'expression de la durée  $\tau_2$  qui s'écoule jusqu'au prochain réallumage du tube. Calculer  $\tau_2$ .
- VI. Représenter qualitativement, mais en respectant les ordres de grandeurs, l'allure de la courbe  $u(t)$  à partir de la date  $t = 0$ .
- VII. Calculer la fréquence  $f$  des éclairs produits par ce dispositif. L'œil perçoit-il le caractère pulsé de cette décharge lumineuse ?