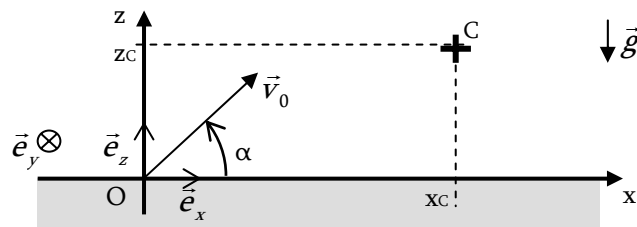


## Devoir Maison 2 – Pour le 21/10/2009

### Exercice 1 : Tir balistique dans un champ de pesanteur (2D cartésiennes)

A l'instant  $t = 0$ , une particule ponctuelle  $M$  est lancée du point  $O$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  située dans le plan  $(Oxz)$  et faisant avec l'horizontale un angle  $\alpha > 0$  susceptible d'être ajusté. Le mouvement de ce point, étudié dans le référentiel terrestre  $\mathcal{R}(0; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, t)$ , est tel que son accélération est constante :  $\vec{a}(M/\mathcal{R}) = \vec{a} = -g \cdot \vec{e}_z$  avec  $g = \|\vec{g}\| > 0$  constante.



- Exprimer les composantes du vecteur vitesse  $\vec{v}(M/\mathcal{R})$  à l'instant  $t$  puis les équations horaires du mouvement.
- En déduire l'équation de la trajectoire de  $M$  et préciser la nature de celle-ci.
- A quel instant  $t_s$  le sommet  $S$  de cette trajectoire est-il atteint ? Quelle sont ses coordonnées  $x_s$  et  $z_s$  ?
- Quelle est la portée  $OP$  du projectile, c'est-à-dire le point  $P$  où la trajectoire coupe l'axe  $(Ox)$ . A quel instant  $t_p$  ce point est-il atteint ? Quelle est la norme du vecteur vitesse en  $P$  ?
- A  $v_0$  fixé, quelle est la portée maximale ? De quoi dépend-elle ? Comment l'obtenir ?
- Calculer pour chaque angle  $\alpha \in \{15^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ\}$ , avec un même  $v_0$ , le sommet et la portée de la trajectoire (faire un tableau). Représenter toutes ces trajectoires.
- On cherche à atteindre une cible  $C$  dans le plan  $(Oxy)$ , de coordonnées  $(x_c, z_c)$ . Montrer qu'il existe deux valeurs de  $\alpha$  pour lesquelles les trajectoires issues de l'origine  $O$  peuvent atteindre le point  $C$ . (On cherchera une équation vérifiée par  $\alpha$  ou plutôt  $\tan \alpha \dots$ )
- Rechercher l'ensemble des points du plan  $(Oxy)$  accessibles au projectile lancé de  $O$  avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  de norme constante mais de direction quelconque. Vous déterminerez pour cela l'équation de la « parabole de sûreté » séparant les points du plan pouvant être atteint par le projectile de ceux qui ne le seront jamais. Conclure et représenter cette parabole.

### Exercice 2 : Rotation d'un tourne-disque (2D polaires)

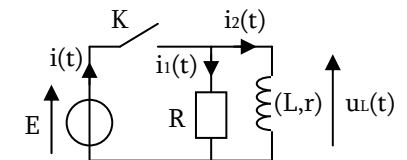
Un tourne-disque, posé sur une table fixe (choix du référentiel du laboratoire  $\mathcal{R}$ ) comporte un plateau de centre  $O$ , de rayon  $R = 16\text{cm}$  tournant à la vitesse de  $33\text{ tours}\cdot\text{min}^{-1}$  supposée constante.

- Quel est le mouvement d'un point  $M$  du plateau tel que  $OM = r = 10\text{cm}$  dans  $\mathcal{R}$  ?
- Quelle est la vitesse angulaire  $\omega_0$  de rotation du point  $M$  en  $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$  ou en  $^\circ\cdot\text{s}^{-1}$  dans  $\mathcal{R}$  ?
- Représenter les vecteurs radial et orthoradial de la base polaire au point  $M$ .
- Quelle est la vitesse instantanée du point  $M$  (donner l'expression générale, puis simplifier et faire l'AN) et celle d'un point  $P$  de la périphérie du plateau dans  $\mathcal{R}$  ?
- Quelle est la distance parcourue par le point  $M$  en  $t_1 = 2\text{min}30\text{s}$  dans  $\mathcal{R}$  (rayon  $r$  constant) ? Quelle est la valeur de l'angle balayé par le rayon  $OM$  pendant ces  $2\text{min}30\text{s}$  ?
- Quel est le vecteur accélération du point  $M$  à la date  $t$  dans  $\mathcal{R}$  (donner l'expression générale, puis simplifier et faire l'AN) ?
- A l'instant  $t_1$ , une phase de freinage débute et le plateau s'immobilise à  $t_2 = 2\text{min}40\text{s}$ . Dans cette phase,  $\omega$  est donné par  $\alpha - \beta t$ . Déterminer les paramètres de freinage  $\alpha$  et  $\beta$ .
- Quels sont la vitesse instantanée du point  $M$  et le vecteur accélération pendant cette phase de décélération dans  $\mathcal{R}$  ? Faire l'AN à  $t_3 = 2\text{min}35\text{s}$ .

### Exercice 3 : Etablissement et rupture du courant dans une bobine

On constitue un circuit en branchant en parallèle aux bornes d'une bobine réelle d'inductance  $L$  et de résistance  $r$  un conducteur ohmique de résistance  $R$  et une source idéale de tension. A la date  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ , à la date  $t = t_0$ , on le rouvre.

- Faire les schémas équivalents en régime permanents en position ouverte et en position fermée, et en déduire les valeurs des courants.
- Pour  $t \in [0, t_0]$ , Donner l'équation vérifiée par  $i_2(t)$  en fonction de  $E$ ,  $r$  et  $L$ , et la résoudre. On appellera  $\tau_1$  la constante de temps concernée.
- Faire de même pour  $t \geq t_0$ , et trouver la nouvelle expression de  $i_2(t)$ .



- En déduire l'expression de la tension  $u_L(t)$ , et montrer qu'elle peut prendre une valeur très supérieure à  $E$  (en valeur absolue) pendant un court instant. Est-ce un problème ?