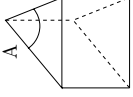


Étude du prisme

Un prisme est un bloc de verre pyramidal. On utilise dans la pratique deux de ses faces. Le prisme est un système optique dispersif : l'indice du verre dépend de la longueur d'onde de la radiation lumineuse, ce qui signifie que le prisme dévie différemment des rayons lumineux de longueurs d'onde différentes. Il sert donc à étudier les spectres des sources lumineuses (décomposition d'une lumière en ses différentes radiations monochromatiques). Les gouttes d'eau sont un autre exemple de système optique dispersif (création d'un arc-en-ciel).

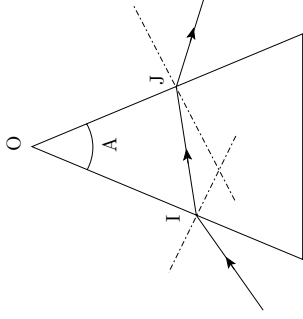


I. Formules du prisme

On note A l'angle au sommet entre les deux faces « utiles » du prisme, n l'indice du prisme et O son sommet. Les points d'incidence successifs sur les deux faces sont appelés I et J. On note

- i et i' les angles respectivement d'incidence et de réfraction en I,
- j et j' les angles respectivement d'incidence et de réfraction en J.

L'indice de l'air environnant est pris égal à 1,00. On note D la déviation angulaire totale du rayon (entre l'orientation avant l'entrée et celle après la sortie du prisme).



I.1 Représenter sur le dessin les angles i, i', j, j' et D définis précédemment.

I.2 Écrire les lois de Descartes en I et en J.

I.3 En considérant le triangle (OIJ), établir la relation entre les angles i, j' et A.

I.4 En écrivant que la déviation D est la somme des déviations en I et en J, en déduire que $D = i + j - A$.

II. Minimum de déviation

Comment varie la déviation D lorsque l'angle d'incidence i change ? L'étude expérimentale montre que la déviation passe par un minimum et qu'il est unique, ce que l'on admettra ici.

II.1 Expliquer pourquoi les angles i et j sont nécessairement égaux au minimum de déviation (utiliser le principe de retour inverse de la lumière).

II.2 En utilisant les relations établies dans le paragraphe I, exprimer les angles i et i' au minimum de déviation en fonction de A et de la déviation minimale D_m .

II.3 En déduire la relation

$$\sin \frac{A + D_m}{2} = n \sin \frac{A}{2}$$

III. Effet dispersif

La loi de CAUCHY donne l'expression de l'indice n d'un milieu en fonction de la longueur d'onde λ de la radiation :

$$n = a + \frac{b}{\lambda^2}$$

où a et b sont des constantes positives caractéristiques du milieu. On considère un faisceau parallèle de lumière polychromatique éclairant le prisme sous une incidence i donnée (lumière « blanche » par exemple) – l'angle d'incidence est donc le même quelle que soit la longueur d'onde. Répondre qualitativement aux questions suivantes, en utilisant les formules du prisme établies dans le paragraphe I :

III.1 Si λ croît, comment varie l'angle i' ?

III.2 En déduire comment varient les angles j' , puis j et enfin D lorsque la longueur d'onde λ augmente.

III.3 Des raies bleue et rouge, laquelle est la plus déviée par le prisme ? Justifier.

IV. Conditions d'émergence

Rien n'assure qu'en J le rayon puisse émerger du prisme : on passe du prisme à l'air, donc dans un milieu moins réfringent et il se peut donc qu'il y ait réflexion totale... Dans toute la suite, on note $A = \arcsin \frac{1}{n}$ l'angle de réflexion limite pour le passage du prisme à l'air.

IV.1 Écrire à quelle condition sur j' il n'y a pas réflexion totale en J.

IV.2 Pourquoi a-t-on nécessairement $i' < A$?

IV.3 En déduire la condition nécessaire d'émergence

$$A < 2A$$

Application numérique : quel est l'angle minimal A_m admissible pour le prisme d'indice $n = 1,50$ afin de garantir l'émergence ?

IV.4 On se place dans le cas de la réflexion limite où $j' = A$. Exprimer l'angle d'incidence limite i_{lim} correspondant. Quelle est la condition portant sur l'angle d'incidence i pour qu'il n'y ait pas réflexion totale en J ?

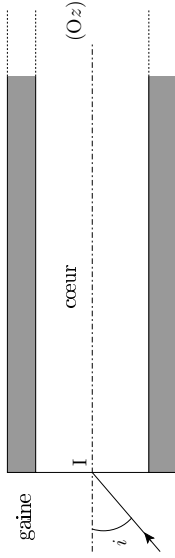
Application numérique : calculer i_{lim} pour $A = 60^\circ$ et pour $n = 1,50$.

Propagation guidée de la lumière

Le guidage de la lumière peut être assuré par des fibres optiques. Une fibre optique est constituée d'un cylindre de verre – ou de plastique – appelé *cœur*, entouré d'une gaine transparente d'indice de réfraction plus faible. La gaine contribue non seulement aux propriétés mécaniques de la fibre, mais évite aussi les fuites de lumière vers l'extérieur. Actuellement, le diamètre du cœur d'une fibre va de 3 à 200 μm et le diamètre de la gaine peut aller jusqu'à 400 μm .

I. Fibre optique à saut d'indice

Une fibre est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a et d'indice n_1 , entouré d'une gaine de rayon extérieur b et d'indice $n_2 < n_1$. Les faces d'entrée et de sortie sont perpendiculaires à l'axe de révolution (Oz) commun au cœur et à la gaine. La fibre est plongée dans l'air, d'indice de réfraction $n_0 = 1,00$. Un rayon lumineux arrive en un point I de l'axe (Oz) sur la face d'entrée de la fibre, avec un angle d'incidence i . On note j l'angle de réfraction en I.



I.1 À quelle condition sur l'angle d'incidence θ au niveau du dioptre cœur \rightarrow gaine le rayon subit-il une réflexion totale?

I.2 Exprimer $\sin \theta$ en fonction de i et de n_1 .

I.3 En déduire que pour que le rayon incident reste confiné dans la fibre, il est nécessaire que

$$\sin i < \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

Soit i_m l'angle d'incidence i maximal qui permette la propagation guidée de la lumière dans la fibre. On appelle *ouverture numérique* $O.N.$ de la fibre la quantité $\sin i_m$.

I.4 Calculer i_m en degrés et O.N. pour une fibre d'indices $n_1 = 1,456$ (silice) et $n_2 = 1,410$ (silicone).

I.5 Quelles sont les valeurs de i_m et de O.N. pour une fibre à base d'arséniure de gallium pour lequel $n_1 = 3,9$ et $n_2 = 3,0$? Commenter.

L'atténuation de la lumière dans les fibres optiques est due à l'absorption et à la diffusion de la lumière par le matériau constitutif du cœur et par ses impuretés (Fe^{2+} , Cu^{2+} , OH^-). Elle se mesure en décibels par kilomètre :

$$A_{\text{dB/km}} = \frac{10}{\ell_{(\text{km})}} \log \frac{\Phi_1}{\Phi_2}$$

où Φ_1 et Φ_2 désignent les flux lumineux dans des plans de front successifs distants de ℓ .

I.6 On parvient couramment à réaliser des fibres dans lesquelles le flux lumineux, après un parcours de 50 km, représente 10 % du flux incident. Calculer l'atténuation $A_{\text{dB/km}}$ de telles fibres.

II. Transmission par fibre optique à saut d'indice

Lorsqu'on émet une impulsion lumineuse extrêmement brève au niveau de la face d'entrée de la fibre, des rayons lumineux sont émis dans toutes les directions de propagation possibles. Il se pose alors le problème de l'« élargissement temporel » au niveau de la face de sortie, puisque tous les rayons n'arrivent pas en même temps : certains ont un trajet plus long à parcourir que d'autres.

On note L la longueur totale de la fibre et c la vitesse de la lumière dans le vide.

II.1 Exprimer en fonction de L , c et n_1 la durée de propagation Δt d'un rayon qui suit l'axe (Oz) sur toute la longueur de la fibre.

II.2 On considère le rayon d'incidence maximal i_m qui « zigzague » dans la fibre sur toute la longueur de la fibre. Exprimer la longueur L' du trajet qu'il suit en fonction de L et de l'angle de réflexion j_m en I.

II.3 Soit $\Delta t'$ la durée de propagation de ce rayon zigzagant. En déduire que

$$\Delta t' = \frac{n_1}{n_2} \Delta t$$

II.4 Calculer la différence δt_{max} des durées de propagation des deux rayons particuliers envisagés. *Données* : $L = 1 \text{ km}$, $n_1 = 1,456$, $n_2 = 1,410$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.

On envoie alors à l'entrée de la fibre des impulsions lumineuses très brèves avec une période T .



II.5 Dessiner de la même manière l'allure des impulsions reçues en sortie de la fibre (en supposant que celles-ci ne se recouvrent pas).

II.6 À quelle fréquence maximale f peut-on émettre des impulsions lumineuses en entrée qui soient « séparées » en sortie? Calculer la valeur numérique de f .

En transmission numérique, on exprime le résultat en nombre maximum d'éléments binaires – une impulsion codant un bit 1, une absence d'impulsion un bit 0 – qu'on peut transmettre par seconde.

II.7 Que vaut le débit en bit/s de cette fibre? Le comparer au débit du standard téléphone Numéris (64 kbit/s) et au standard télévision (100 Mbit/s).