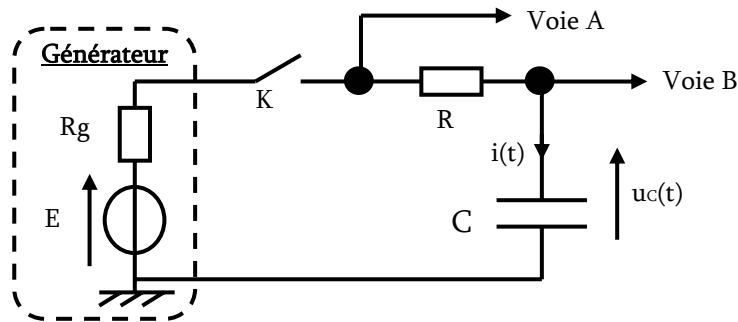


**EXERCICE 1 : Régimes Transitoires Electriques**

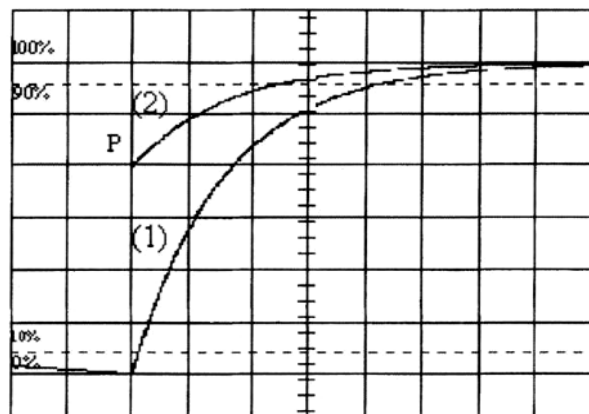
**I. Charge du condensateur**

Une association série d'un résistor de résistance  $R$  et d'un condensateur de capacité  $C$  est placée aux bornes d'un générateur de force électromotrice  $E$  et de résistance interne  $R_g$ . Initialement, l'interrupteur  $K$  est ouvert et le condensateur est déchargé. A l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur  $K$ .



- I.1. Déterminer, en le justifiant  $u_C(0^+)$  et  $i(0^+)$ .
- I.2. Déterminer l'équation différentielle à laquelle obéit la tension  $u_C(t)$  pour  $t > 0$ . Quelle est la constante de temps  $\tau$  du circuit. Donner son interprétation physique ?
- I.3. Etablir l'expression de  $u_C(t)$  en fonction de  $\tau$  et de  $E$ .
- I.4. Déterminer l'expression de la date  $t_{90}$  à laquelle la tension vaut  $0.9E$ .

Le générateur délivre maintenant une tension  $e(t)$  de type créneau, dont les bornes sont 0 et  $E$ . On connecte les voies A et B d'un oscilloscope de la manière indiquée sur le schéma. Les sensibilités sont  $1V/div$  sur l'axe vertical, et  $0.1ms/div$  sur l'axe horizontal. On visualise alors l'écran de l'oscilloscope suivant :

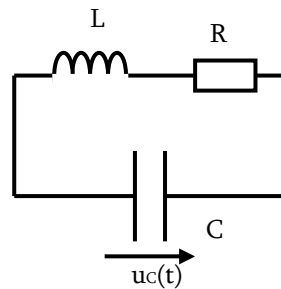


- I.5. A quelles voies A et B les courbes (1) et (2) correspondent-elles ?
- I.6. Déterminer par lecture graphique la valeur numérique de la constante de temps  $\tau$  du circuit.
- I.7. Exprimer la tension  $u_P$  du point P en fonction de  $E$ ,  $R$  et  $R_g$ . Sachant que  $R = 100\Omega$ , en déduire la valeur de la résistance interne  $R_g$ .

- I.8. Déterminer la valeur de la capacité C.
- I.9. Estimer une majoration de fréquence f du signal carré utilisé.
- I.10. Comment pourrait-on observer le courant  $i(t)$  ? Expliquer précisément, Faites un schéma de mesure.

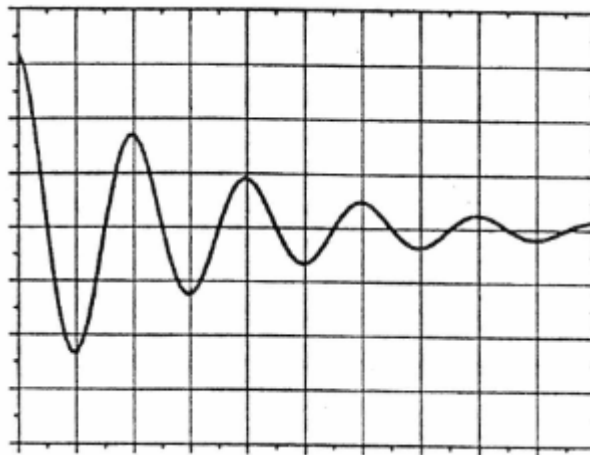
## II. Décharge du condensateur

On place ensuite le condensateur chargé sous la tension E en série avec une bobine d'inductance L et un résistor de résistance r.



- II.1. Etablir la nouvelle équation différentielle vérifiée par la tension  $u_C(t)$ .
- II.2. Dans le cas où  $r = 0\Omega$ , comment évolue la tension  $u_C(t)$  ? Exprimer la pulsation propre  $\omega_0$  ainsi que la période propre  $T_0$ , et donner l'expression de  $u_C(t)$  en fonction de E et  $\omega_0$ , et la représenter. Est-ce réaliste ? Pourquoi ?

On suit l'évolution temporelle réelle de  $u_C(t)$  sur l'oscilloscope, et on obtient la courbe suivante (échelle 0,1ms/div et 2V/div) :



- II.3. Mesurer sur cette courbe la pseudo-pulsation  $\omega_P$  des oscillations
- II.4. En sachant que  $L = 1\text{mH}$ , et en admettant que cette pseudo-période  $\omega_P$  est quasiment égale à la période propre  $\omega_0$ , retrouvez la valeur de C. Comparez avec la valeur du I). D'où peuvent provenir les différences ?
- II.5. Mesurer sur la courbe la constante de temps de l'enveloppe exponentielle.
- II.6. En déduire le coefficient d'amortissement du circuit et la valeur précise de r.

## EXERCICE 2 : Crash-Test d'un véhicule

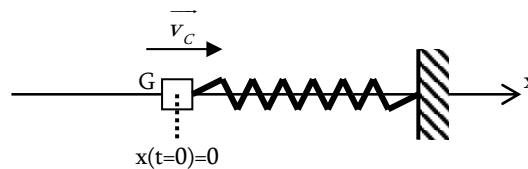
Le dispositif adopté dans la plupart des centres de recherche sur la sécurité automobile est basé sur le test d'écrasement frontal d'une automobile réelle lancée contre un mur fixe instrumenté en nid d'abeille d'aluminium. Le véhicule, filmé par une caméra rapide, est équipé lui-même de capteurs physiques d'accélération. On cherche dans cet exercice à modéliser le comportement du véhicule lors du choc frontal. Le référentiel lié au sol est supposé galiléen.



### I. Première Modélisation du véhicule

Pour modéliser simplement le véhicule, on l'assimile à un point matériel G de masse  $m = 1300\text{kg}$ . L'avant du véhicule (qui va se déformer) est modélisé par un ressort de masse négligeable de longueur à vide  $l_0 = 2\text{m}$  (longueur au début du choc) et de raideur  $k$ . On suppose qu'au début du choc ( $t=0$ ), la voiture arrive avec la vitesse  $v_0 = 14\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $\approx 50\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$ ). On place l'origine O du référentiel à l'endroit où se trouve le point G au début du choc. D'après la vidéo, la vitesse du véhicule s'annule lorsque le ressort s'est comprimé de  $l_0/2$ , ce qui correspond au déplacement du centre d'inertie de la voiture d'une distance de  $1\text{m}$ . Le ressort ne se retend pas après avoir été comprimé. On néglige tous les frottements.

Représentation au début du choc :

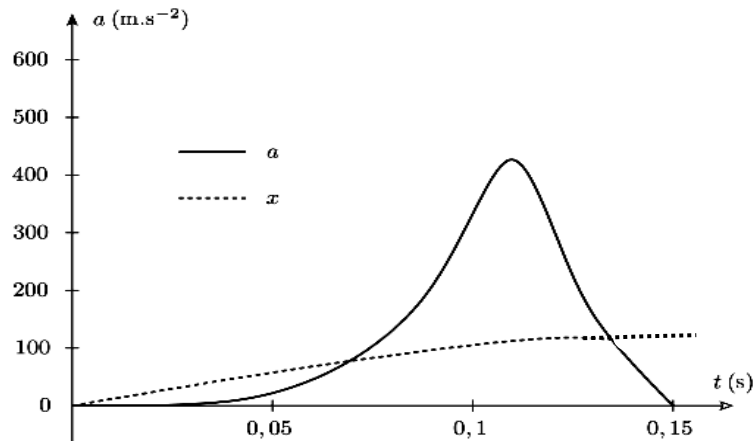


- I.1. Représenter le schéma pendant le choc, en y reportant les forces appliquées au point G
- I.2. Que peut-on dire des forces sur la dimension verticale ?
- I.3. Ecrire l'équation différentielle en  $x$  du mouvement. Quel type d'équation retrouve-t-on ?
- I.4. Résoudre cette équation différentielle,
- I.5. En déduire l'expression de  $k$ , en fonction de  $m$ , de  $v_0$  et de  $l_0$ , puis calculer sa valeur numérique
- I.6. Donner l'expression puis la valeur numérique de la durée du choc  $\tau_c$  en fonction de  $l_0$  et de  $v_0$ .

- I.7. Tracer l'évolution temporelle de l'accélération. Donner l'expression puis la valeur numérique de l'accélération maximale subie par le véhicule, toujours en fonction de  $l_0$  et de  $v_0$ .
- I.8. Comparer cette valeur au champ de pesanteur, et conclure sur les effets du choc sur le conducteur.

## II. Mesure de l'accélération réelle et Seconde modélisation

En réalité, la décélération ne correspond pas à ce qui a été calculé dans le I), elle décolle doucement d'une valeur nulle pour atteindre lentement une valeur maximale très élevée, avant de s'annuler brutalement en fin de choc.



- II.1. Reproduire le graphe en dessinant l'allure de la courbe  $v(t)$  en justifiant.
- II.2. Comparer la valeur maximale atteinte par l'accélération à celle calculée au I. Les courbes ont une allure un peu différente, mais puisque les vitesses initiales et finales du choc sont les mêmes, qu'est-ce que l'on devrait retrouver sur les deux graphiques ? Est-ce leur valeur maximale ?
- II.3. Calculer la valeur maximale  $T_{\max}$  en Newton de la tension mécanique supportée par chacune des trois fixations d'une ceinture de sécurité, pour une personne attachée de masse  $m = 70\text{kg}$  (la force étant également répartie sur les trois fixations). Cela correspond au poids d'une masse de combien de kg ?
- II.4. Cette courbe ressemble plutôt à la réponse d'un système amorti. On décide donc de rajouter une force de frottement proportionnelle à la vitesse, qui se rajoute à celle du ressort pour modéliser le comportement de la carrosserie :  $\vec{F} = -h \cdot \vec{v} - k x \cdot \vec{e}_x$   
 → Ecrire la nouvelle équation différentielle vérifiée par le système
- II.5. Donner la relation entre  $h$ ,  $k$  et  $m$  pour que l'on soit bien en régime apériodique
- II.6. On se place dans le cas apériodique critique, et on cherche à trouver l'expression de  $x(t)$ . En prenant les deux conditions  $x(0) = 0$  et  $x(\tau_c) = \frac{l_0}{2}$ , où  $\tau_c$  est la durée du choc, exprimer la position  $x(t)$  en fonction de  $t$  et des constantes  $l_0$ ,  $\tau_c$ ,  $h$  et  $m$ .
- II.7. Et puisque l'on a aussi  $\dot{x}(\tau_c) = 0$ , en déduire la valeur de  $h$  en fonction de  $\tau_c$  et de  $m$ . Quelle est sa dimension ? Faire l'application numérique avec  $\tau_c = 0,15\text{s}$  et  $m = 1300\text{kg}$ .
- II.8. D'après la question précédente, exprimer  $x(t)$ , puis  $v(t)$  uniquement en fonction  $l_0$ ,  $\tau_c$  et  $m$ . Représenter approximativement l'évolution de  $v(t)$ , la comparer à celle de la question II.1 et conclure quant à l'exactitude de ce second modèle.