CORRIGE – ExoTech2 – Intégration / Eq Diff 1er Ordre

Exo 1 : Position/Vitesse/Accélération – Pb à 1 dim – Très simple (redonner l'expression générale)

A $t=0$, $\begin{cases} x(0)=0 \\ v(0)=0 \end{cases}$, Pour $t\in[0,\tau]$, $a(t)=a_0$, calculer $\begin{cases} v(t)=v(0)+\int_0^t a(t)\cdot dt = a_0 t \\ x(t)=x(0)+\int_0^t v(t)\cdot dt = \frac{1}{2}a_0 t^2 \end{cases}$

Exo 2 : Position/Vitesse/Accélération – Pb à 1 dim – Normal (redonner l'expression générale)

A $t=0$, $\begin{cases} x(0)=x_0 \\ v(0)=v_0 \end{cases}$, Pour $t\in[0,\tau]$, $a(t)=a_0$, calculer $\begin{cases} v(t)=v(0)+\int_0^t a(t)\cdot dt = v_0 + a_0 t \\ x(t)=x(0)+\int_0^t v(t)\cdot dt = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}a_0 t^2 \end{cases}$

Exo 3 : Position/Vitesse/Accélération – Pb à 1 dim – Changement Temps (redonner l'expression générale)

A $t=\tau_d$, $\begin{cases} x(\tau_d)=\lambda \\ v(\tau_d)=c_d \end{cases}$, Pour $t\in[\tau_d,\tau_f]$, $a(t)=\gamma$, calculer $\begin{cases} v(t)=v(\tau_d)+\int_{\tau_d}^t a(t)\cdot dt = c_d+\gamma(t-\tau_d) \\ x(t)=x(\tau_d)+\int_{\tau_d}^t v(t)\cdot dt = \lambda + c_d(t-\tau_d)+\frac{\gamma}{2}(t-\tau_d)^2 \end{cases}$

Et si on donne : $a(t)=\gamma+\psi(t-\tau_d)$, calculer $\begin{cases} v(t)=v(\tau_d)+\int_{\tau_d}^t a(t)\cdot dt = c_d+\gamma(t-\tau_d)+\frac{\psi}{2}(t-\tau_d)^2 \\ x(t)=x(\tau_d)+\int_{\tau_d}^t v(t)\cdot dt = \lambda + c_d(t-\tau_d)+\frac{\gamma}{2}(t-\tau_d)^2+\frac{\psi}{6}(t-\tau_d)^3 \end{cases}$

Exo 4 : Charge/Courant/Tension (redonner l'expression générale)

A $t=t_0$, $\begin{cases} i(t_0)=i_3 \\ q(t_0)=q_3 \end{cases}$, Pour $t>t_0$, $u(t)=U_0$, calculer $\begin{cases} i(t)=i(t_0)+\frac{1}{L}\int_{t_0}^t u(t)\cdot dt = i_3+\frac{U_0}{L}(t-t_0) \\ q(t)=q(t_0)+\int_{t_0}^t i(t)\cdot dt = q_3+i_3(t-t_0)+\frac{U_0}{2L}(t-t_0)^2 \end{cases}$

Exo 5 : Puissance/Energie (redonner l'expression générale)

Rappeler la relation entre puissance p(t) et énergie w(t) : $p(t)=\frac{dw(t)}{dt}$

A $t=t_0$, $w(t_0)=w_2$, Pour $t>t_0$, $p(t)=P_0$, calculer $w(t)=w(t_0)+\int_{t_0}^t p(t)\cdot dt = w_2+P_0(t-t_0)$

Exo 6 : Eq Diff Ordre 1 – Régime libre (redonner l'expression générale)

On a $\tau\frac{dx(t)}{dt}+x(t)=0$, et à $t=0$, $x(0)=X_0$, Pour $t>0$, calculer $\begin{cases} 1\_x^{SSM}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 2\_x^{PART}(t)=0 \\ 3\_x(t)=x^{SSM}(t)+x^{PART}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 4\_CI\_x(0)=X_0=\lambda \end{cases}$

On obtient $x(t)=X_0 e^{-t/\tau}$

On a $\tau\frac{dv(t)}{dt}+v(t)=0$, et à $t=t_0$, $v(t_0)=V_0$, Pour $t>t_0$, calculer $\begin{cases} 1\_v^{SSM}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 2\_v^{PART}(t)=0 \\ 3\_v(t)=v^{SSM}(t)+v^{PART}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 4\_CI\_v(t_0)=V_0=\lambda e^{-t_0/\tau} \end{cases}$

On obtient $$v(t)=V_0 e^{-(t-t_0)/\tau}$$

<u>Exo 7 : Eq Diff Ordre 1 – Régime continu</u> (redonner l'expression générale)

On a $\tau\frac{du(t)}{dt}+u(t)=E$, et à $t=0$, $u(0)=0$, Pour $t>0$, calculer $\begin{cases} 1\_u^{SSM}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 2\_u^{PART}(t)=E \\ 3\_u(t)=u^{SSM}(t)+u^{PART}(t)=E+\lambda e^{-t/\tau} \\ 4\_CI\_u(0)=0=E+\lambda \end{cases}$

On obtient $$u(t)=E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

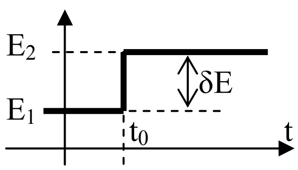
On a $\tau\frac{da(t)}{dt}+a(t)=Z$, et à $t=t_0$, $a(t_0)=0$, Pour $t>t_0$, calculer $\begin{cases} 1\_a^{SSM}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 2\_a^{PART}(t)=Z \\ 3\_a(t)=a^{SSM}(t)+a^{PART}(t)=Z+\lambda e^{-t/\tau} \\ 4\_CI\_a(t_0)=0=Z+\lambda e^{-t_0/\tau} \end{cases}$

On obtient $$a(t)=Z\left(1-e^{-(t-t_0)/\tau}\right)$$

<u>Exo 8 : Eq Diff Ordre 1 – Plus Complexe</u> (redonner l'expression générale)

On a $\tau\frac{du(t)}{dt}+u(t)=E_2$, et à $t=0$, $u(0)=E_1$, Pour $t>0$, calculer $\begin{cases} 1\_u^{SSM}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 2\_u^{PART}(t)=E_2 \\ 3\_u(t)=u^{SSM}(t)+u^{PART}(t)=E_2+\lambda e^{-t/\tau} \\ 4\_CI\_u(0)=E_1=E_2+\lambda \end{cases}$

On obtient $$u(t)=E_2-(E_2-E_1)e^{-t/\tau}=u(t)=E_1+\delta E\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$



On a $\tau\frac{du(t)}{dt}+u(t)=E_2$, et à $t=t_0$, $u(t_0)=E_1$, Pour $t>t_0$, calculer $\begin{cases} 1\_u^{SSM}(t)=\lambda e^{-t/\tau} \\ 2\_u^{PART}(t)=E_2 \\ 3\_u(t)=u^{SSM}(t)+u^{PART}(t)=E_2+\lambda e^{-t/\tau} \\ 4\_CI\_u(t_0)=E_1=E_2+\lambda e^{-t_0/\tau} \end{cases}$

On obtient $$u(t)=E_2-(E_2-E_1)e^{-(t-t_0)/\tau}=u(t)=E_1+\delta E\left(1-e^{-(t-t_0)/\tau}\right)$$