

EXOS TECHNIQUES N°4 – Equa Diff 2nd Ordre

Objectifs : → Savoir résoudre une équation différentielle du 2nd Ordre

A travailler : → Vitesse d'exécution (les refaire des dizaines de fois pour accélérer)
→ Attention aux constantes d'intégration et aux changements d'origine des temps...

Qu 1 : Qu'est-ce que l'équation caractéristique associée à une équation et pourquoi doit-on la résoudre ?

Exo 1 : Sans amortissement (détailler les étapes)

$$\text{On a } \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot u(t) = 0, \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} u(0) = U_0 \\ \dot{u}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } u(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0, \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = V_0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } x(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot u(t) = \psi, \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} u(0) = 0 \\ \dot{u}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } u(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0, \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \text{ et à } t = t_0, \begin{cases} x(t_0) = X_0 \\ \dot{x}(t_0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > t_0, \text{ calculer } x(t) =$$

Exo 2 : Autre cas particulier du 2nd Ordre qui n'apparaît pas sur la fiche méthode (détailler les étapes)

$$\text{On a } \frac{d^2 u(t)}{dt^2} - \alpha^2 \cdot u(t) = 0, \alpha \in \mathbb{R}^+, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} u(0) = U_0 \\ \dot{u}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } u(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 x(t)}{dt^2} - \alpha^2 \cdot x(t) = 0, \alpha \in \mathbb{R}^+, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} x(0) = 0 \\ \dot{x}(0) = V_0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } x(t) =$$

Exo 3 : Régime libre – Avec amortissement (détailler les étapes)

$$\text{On a } \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0, \text{ avec } \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \sigma > 1 \text{ et à } t = 0, \begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } x(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0, \text{ avec } \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \sigma = 1 \text{ et à } t = 0, \begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } x(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0, \text{ avec } \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \sigma < 1 \text{ et à } t = 0, \begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } x(t) =$$

Exo 4 : Réponse à l'échelon – Avec amortissement (détailler les étapes)

$$\text{On a } \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{df(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot f(t) = \psi, \text{ avec } \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \sigma > 1, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} f(0) = 0 \\ \dot{f}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } f(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{df(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot f(t) = \psi, \text{ avec } \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \sigma = 1, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} f(0) = 0 \\ \dot{f}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } f(t) =$$

$$\text{On a } \frac{d^2 f(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{df(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot f(t) = \psi, \text{ avec } \omega_0 \in \mathbb{R}^+, \sigma < 1, \text{ et à } t = 0, \begin{cases} f(0) = 0 \\ \dot{f}(0) = 0 \end{cases}, \text{ Pour } t > 0, \text{ calculer } f(t) =$$