Série 2 ME – TP1 : Oscillateurs Mécaniques

<u>Objectifs :</u> → Observer les régimes pseudo-périodiques de trois oscillateurs mécaniques
→ Mesurer leurs caractéristiques : période/pulsation – coef d'amortissement

Etude de plusieurs oscillateurs mécaniques

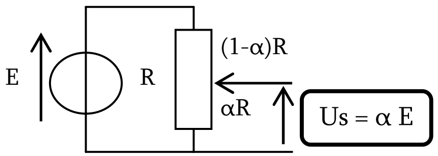
On étudie dans ce TP trois types oscillateurs :

→ I. Pendule pesant
→ II. Système pseudo-isolé relié à deux ressorts horizontaux
→ III. Masse suspendue à un ressort vertical

Vous avez 30 min sur chacun des dispositifs pour réaliser les mesures demandées.

Rappel sur le montage potentiométrique :

Un montage potentiométrique est utilisé pour 2 des trois montages de manière à obtenir une image électrique de la position du mobile, ce qui est beaucoup plus précis et facile à traiter que tout autre signal (vidéo par exemple). On rappelle le fonctionnement d'un tel montage sur le schéma ci-dessous. On a Us = α E.

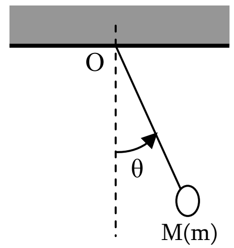


Pour que Us soit image de la position, il nous faut donc obtenir un α qui varie avec cette position. Deux cas sont ici utilisés :

→ <u>Potentiomètre rotatif</u> pour le pendule : α est proportionnel à l'angle

→ <u>Cuve potentiométrique</u> pour le mobile horizontal : la cuve est remplie d'un liquide conducteur (beaucoup d'ions dissous), et le curseur est une tige métallique qui trempe entre les 2 électrodes, plus ou moins près de l'une ou de l'autre en fonction de la position.

I) Pendule pesant



Ce type de dispositif a déjà été vu en cours. On redéfinit les grandeurs sur le schéma ci-contre et on rappelle l'équation vérifiée par θ :
$$\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\sin\theta = 0$$

Et qui se simplifie dans le cas de petits angles : $\boxed{\ddot{\theta} + \frac{g}{l}\theta = 0}$

Abandonné sans vitesse initiale d'une position θ_0, on obtient une équation horaire :
$$\boxed{\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega_0 t)}$$

1. Déterminer l'expression de ω_0. De quoi dépend-elle ?

2. On visualise l'évolution de θ(t) avec un montage potentiométrique (rotatif). Mesurer les valeurs de la résistance totale R du potentiomètre, puis de αR pour les positions extrêmes du pendule (à l'horizontale à gauche et à droite). Prédire ainsi l'intervalle dans lequel varie la tenson Us que l'on va visualiser.

3. Visualiser cette tension sur l'oscilloscope et avec la carte d'acquisition.

4. Pour différentes valeurs de l, et de m, relever la période des oscillations du pendule avec lesquelles vous compléterez le tableau suivant :

Masse m	M			2M		
Longueur l (cm)	60	45	30	60	45	30
Période T						
Pulsation ω_0						
$\sqrt{g/l}$						

5. Conclure quant à l'influence des paramètres sur ω_0. A quoi sont dues les erreurs éventuelles ?

6. Y a-t-il du frottement ? Comment le sait-on ? Comment pourrait-on en rajouter ?

II) Système pseudo-isolé relié à deux ressorts horizontaux

Le second dispositif est un mobile sur coussin d'air relié à 2 ressorts horizontaux. On obtient l'image de la tension à l'aide d'une cuve potentiométrique. L'équation différentielle vérifiée par ce type de système est du 2nd ordre amortie (faiblement) :

$$\boxed{\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0}$$

Ce qui donne une élongation : $\boxed{x(t) = Ae^{-\sigma\omega_0 t}\cos(\omega_P t + \varphi),}$

(avec $A, \varphi \in \mathbb{R}$ et $\omega_P = \omega_0\sqrt{1-\sigma^2}$)

1. Rappeler ce qu'est un système pseudo-isolé. Peut-on considérer notre mobile en est un ?
2. Rappeler la signification de σ et de ω_0. Que peut-on dire de σ si le coussin d'air fonctionne parfaitement ?
3. Observer à l'oscilloscope et avec la carte d'acquisition l'allure de la tension, et vérifier que son enveloppe est bien exponentielle : $f_{env}(t) = Ae^{-\sigma\omega_0 t} = Ae^{-t/\tau}$.

La demi-vie : Une propriété des enveloppes exponentielles

4. Repérer l'amplitude du premier maximum (notée Xm), et relever au bout de combien d'oscillations l'amplitude a été réduite de moitié : Xm/2 (correspond au temps Δt_1).
5. A partir de cette moitié (la demi-vie), relever le temps Δt_2 au bout duquel on atteint une amplitude moitié de cette moitié : Xm/4 ? Comparer Δt_1 et Δt_2. On appelle cette durée la période de demi-vie.

En effet, cela peut se justifier théoriquement, puisque si $f_{env}(t_0) = Ae^{-t_0/\tau} = F_0$, alors

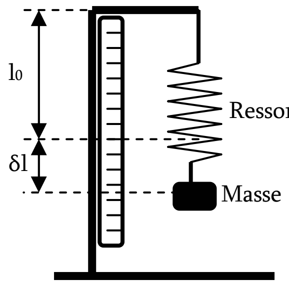
$$\begin{cases} f_{env}(t_0 + \Delta t_1) = Ae^{-(t_0+\Delta t_1)/\tau} = F_0 \cdot e^{-\Delta t_1/\tau} = \dfrac{F_0}{2} \\ f_{env}(t_0 + 2\Delta t_1) = Ae^{-(t_0+2\Delta t_1)/\tau} = F_0 \cdot \left(e^{-\Delta t_1/\tau}\right)^2 = \dfrac{F_0}{4} \end{cases} \quad \text{avec } e^{-\Delta t_1/\tau} = \frac{1}{2}$$

6. En déduire la valeur de la constante de temps τ de l'enveloppe exponentielle.
7. En supposant que l'on peut confondre la pseudo-période ω_P (pulsation réelle des oscillations) avec la période propre ω_0, en déduire la valeur du coefficient d'amortissement σ de l'oscillateur.
8. Autre méthode : En remarquant que $x(t+T_0) \approx x(t) \times e^{-2\pi\sigma}$ et en relevant plusieurs maxima successifs, on peut en déduire directement σ en calculant :

$$\boxed{\sigma \approx \frac{\ln[x(t)] - \ln[x(t+T_0)]}{2\pi},}$$ appelé le décrément logarithmique

III) Masse suspendue à un ressort vertical → Dynamomètre

Le troisième dispositif étudié est un système avec une masse suspendue à un ressort vertical, comme illustré sur le schéma ci-contre déjà vu en TD. Vous avez à votre disposition un jeu de masses ainsi que 3 ressorts.



L'équation différentielle vérifiée par ce type de système est du 2nd ordre très faiblement amortie :

$$\boxed{\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 2\sigma\omega_0 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 \cdot x(t) = 0}$$

Ce qui donne une élongation : $\boxed{x(t) = Ae^{-\sigma\omega_0 t}\cos(\omega_P t + \varphi),}$

avec $A, \varphi \in \mathbb{R}$ et $\omega_P = \omega_0\sqrt{1-\sigma^2}$

Etude en statique :

1. Comment est-il possible de mesurer la constante de raideur k d'un ressort à l'aide d'un objet dont on connaît la masse ?
2. Mesurer cette constante de raideur pour les 3 ressorts qui sont à votre disposition.

Etude en dynamique :

Lorsqu'on lâche le ressort écarté de sa position d'équilibre, il oscille. On ne dispose pas de dispositif électrique permettant d'obtenir l'évolution de la position sur l'oscilloscope ou la carte d'acquisition.

3. Proposer tout de même une méthode permettant de mesurer la pseudo-période ω_P des oscillations de manière précise, et mesurez-la pour chacun des 3 ressorts. (Attention, c'est bien la PSEUDO-période ω_P que l'on mesure, et non ω_0)
4. Il y a la majorité du temps peu de frottement lorsque l'on travaille avec des ressorts verticaux. Que peut-on dire de σ ? Comparer alors la pseudo-période avec la période propre. Vérifier la relation que l'on peut établir de manière théorique (voir TD) : $\omega_0 = \sqrt{k/m}$