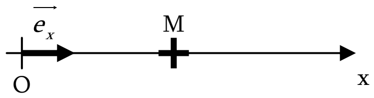
TD4 : Cinématique du Point

Compétence 1 : Etude de Mouvement 1D

Exercice 1.1 : Mouvement 1D d'un point

On étudie le mouvement d'un point M, évoluant sur un axe (Ox). Il est décrit par son abscisse x(t), sa vitesse v(t) et son accélération a(t). Pour chacune des situations proposées, on souhaite calculer :

→ L'équation horaire
→ L'expression de la vitesse
→ L'expression de l'accélération



Et on souhaite également représenter la trajectoire, ainsi que les vitesses et accélérations aux points atteints aux temps t=0s et t=2s.

Attention : Préciser à chaque fois les unités des constantes α et β

1.	$x = \alpha$	5.	$v = \alpha$	avec $x(0)=x_0$
2.	$x = \alpha t + \beta$	6.	$v = \alpha t + \beta$	avec $x(0)=x_0$.
3.	$x = \alpha t^2$	7.	$a = \alpha$	avec $x(0)=x_0$ et $v(0)=v_0$
4.	$x = \alpha \cos(\omega t)$	8.	$a = \alpha t + \beta$	avec $x(0)=x_0$ et $v(0)=v_0$

Exercice 1.2 : Mouvement rectiligne d'une voiture

On étudie le mouvement d'une voiture, considérée comme un point M, et qui évolue sur une longue ligne droite (l'axe Ox). A l'instant t = 0, elle est arrêtée à l'abscisse x = 0.

1. Pendant une durée τ_1, la voiture a une accélération constante $a_1>0$. Exprimer sa vitesse v_1 au bout de ce temps τ_1. Représenter les évolutions de v(t), de x(t) et de a(t). (Réserver de la place à droite pour continuer la courbe avec les questions suivantes).
2. Puis, pendant une durée τ_2, la voiture ralentit avec une accélération $a_2<0$. Exprimer la vitesse v_2 de la voiture au bout du temps $\tau_1+\tau_2$. Compléter les courbes.
3. Enfin, il ralentit avec une accélération $a_3<a_2$ pendant une durée τ_3 avant de s'arrêter. Déterminer a_3 pour que la vitesse v_3 de la voiture au bout du temps $\tau_1+\tau_2+\tau_3$ soit nulle. Compléter les courbes.
4. Calculer la distance d parcourue par la voiture.
5. AN avec $a_1=1 m.s^{-2}$, $a_2=-0,05 m.s^{-2}$, $\tau_1=10s$, $\tau_2=20s$ et $\tau_3=5s$

Exercice 1.3 : Distance d'arrêt d'une voiture

On étudie de nouveau le mouvement d'une voiture sur l'axe Ox, Le conducteur roule à la vitesse v_0 constante. Lorsqu'il voit un obstacle, il ne commence à freiner qu'au bout de son temps de réaction $t_0=0.6s$ avec une décélération constante $a = 7.5 m.s^{-2}$

1. Exprimer la distance parcourue par le véhicule depuis l'instant initial jusqu'à l'arrêt.
2. Application numérique avec $v_0 = 108 km/h$.

Exercice 1.4 : Parachutiste

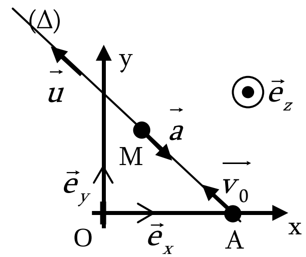
Un parachutiste en chute libre verticale atteint une vitesse limite de 200 m/s avant d'ouvrir son parachute. On suppose que ce parachute lui assure une décélération constante de 30 m/s² et que la vitesse d'impact avec le sol doit être de 5 m/s (au maximum) pour éviter toute blessure. On pourra se limiter à une étude en 1 dimension.

1. A quelle hauteur minimale le parachute doit-il être ouvert ?
2. Tracer l'évolution des position, vitesse et accélération en fonction de l'altitude

Exercice 1.5 : Mouvement rectiligne particulier – Base de Projection

Dans un référentiel $\Re\left(0;\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z,t\right)$, un mobile ponctuel M se déplace le long d'un axe (Δ) passant par les points A(D,0,0) et B(0,D,0) (voir figure ci-contre).

On note $\vec{u}$ le vecteur unitaire de l'axe (Δ). Le mobile part du point A à l'instant t=0s avec une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0} = v_0 \cdot \vec{u}$. Ce mobile se déplace avec une accélération $\vec{a}$ constante, dirigée vers A, de norme a.



1. Justifier que la vitesse de M dans le référentiel $\Re$ peut s'écrire $\vec{v} = \left(\dfrac{d\overrightarrow{AM}}{dt}\right)_{\Re}$
2. Déterminer $\overrightarrow{AM}$ en fonction de t
3. Quelle est la condition sur a, v_0 et D pour que le mobile puisse atteindre B ?

Compétence 2 : Etude de Mouvement 2D en base cartésienne

Exercice 2.1 : Description de mouvements en base cartésienne

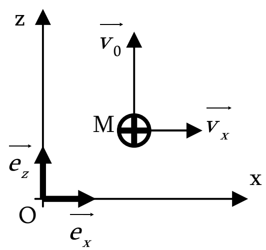
Un point M décrit l'espace avec les coordonnées cartésiennes suivantes :

a) $\begin{cases} x(t) = t+1 \\ y(t) = 3t \\ z(t) = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x(t) = 2t \\ y(t) = 4t^2 \\ z(t) = 0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x(t) = R(\omega t - \sin \omega t) \\ y(t) = R(1-\cos \omega t) \\ z(t) = 0 \end{cases}$

1. Déterminez les expressions du vecteur vitesse $\vec{v}$ et du vecteur accélération $\vec{a}$.
2. Quelle est la nature de la trajectoire ? La représenter ainsi que $\vec{v}$ et $\vec{a}$ à t=0s.

Exercice 2.2 : Equation horaire – Trajectoire d'un ballon sonde

Un ballon-sonde M, laché à l'instant t=0 au niveau du sol au point O, s'élève avec une vitesse verticale v_0 supposée constante. Le vent lui communique une vitesse horizontale v_x orientée suivant l'axe (Ox) proportionnelle à son altitude z : $v_x = z/\tau$, où $\tau > 0$. On note (x(t), z(t)) les coordonnées cartésiennes du point M.

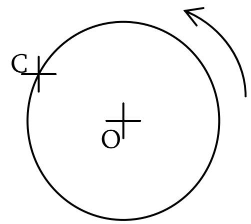


1. En utilisant le vecteur vitesse $\vec{v}$ du ballon, écrire les deux équations reliant les dérivées et les coordonnées x et z.
2. En déduire les équations horaires x(t) et z(t) en fonction de v_0, τ et t.
3. Déterminer l'équation de la trajectoire du ballon-sonde et sa nature
4. Calculer l'expression du vecteur accélération $\vec{a}$ du ballon.

Compétence 3 : Etude de Mouvement 2D en base polaire

Exercice 3.1 : Mouvement circulaire : le manège

On étudie le mouvement d'un petit cheval C sur un manège tournant autour du point central O, à vitesse de rotation constante $\Omega_0 = \dot{\theta}$, en supposant que le cheval reste à hauteur constante.



1. Préciser la base de projection la plus adaptée à un mouvement central, et la représenter sur votre feuille
2. Appliquer la méthode complète (en précisant bien les étapes) pour déterminer les expressions des vecteurs position, vitesse et accélération.
3. Commenter l'angle entre l'accélération et la vitesse. Que faudrait-il pour que le mouvement accélère ? Et ralentisse ?

Exercice 3.2 : Spirale logarithmique

Le mouvement d'un point analysé dans le référentiel terrestre $\Re\left(0;\vec{e}_x,\vec{e}_y,\vec{e}_z,t\right)$ est repéré par ses coordonnées polaires $\begin{cases} r = r_0 e^{\theta} \\ \theta = \omega t \end{cases}$, r_0 et ω étant des constantes positives.

1. Tracer qualitativement l'allure de la courbe décrite par M
2. Exprimer les composantes radiale et orthoradiale de $\vec{v}(M/\Re)$. En déduire la valeur de l'angle φ entre $\vec{v}(M/\Re)$ et le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ à l'instant t.
3. Exprimer les composantes de l'accélération $\vec{a}(M/\Re)$. Que remarque-t-on ?

Compétence 4 : Etude de Mouvement 3D quelconque

Exercice 4.1 : Mouvement hélicoïdal

Un point matériel M, repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) a un mouvement d'équations horaires : $\begin{cases} x(t) = R\cos(\omega t) \\ y(t) = R\sin(\omega t), \quad R,k,\omega \in \mathbb{R}^+ \\ z(t) = k \cdot t \end{cases}$

1. Déterminer les équations horaires $r(t), \theta(t), z(t)$ en coordonnées cylindriques. Quel renseignement l'équation r(t) apporte-t-elle ? Montrer que le mouvement peut se déduire de la superposition de deux mouvements que l'on précisera.
2. Exprimer les vecteurs vitesses $\vec{v}$, et accélération $\vec{a}$ dans la base cylindrique $\left(\overrightarrow{e_r},\overrightarrow{e_\theta},\overrightarrow{e_z}\right)$. Donner la norme de la vitesse.
3. Représenter l'allure de la trajectoire
4. Montrer que l'angle α formé par $\vec{v}$ avec le plan horizontal est constant.