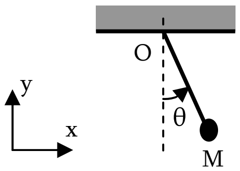
TD5 : Dynamique du Point

Compétence 1 : Représenter et projeter des forces

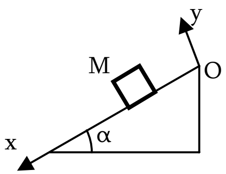
Exercice 1.1 : Représentations et projections de forces

Dans chacun des cas suivants :
→ Représenter le force demandée (sur vos cahiers)
→ Exprimer sa projection sur les axes représentés

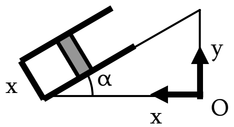
a) Tension d'un fil de norme T sur le point M



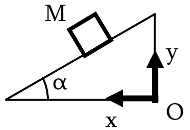
b) Poids d'un cube



c) Force de Pression exercée par le gaz dans le piston

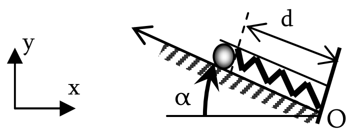


d) Les réactions normales et tangentielles du support



e) La tension du ressort sur le point placé en $d>l_0$

f) Et si $d<l_0$
Refaire la même chose

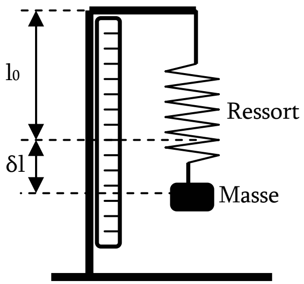


Compétence 2 : Appliquer le PFS

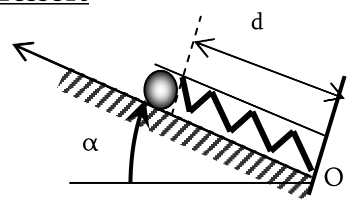
Exercice 2.1 : Le dynamomètre

Un dynamomètre est un appareil de mesure de force à l'aide d'un ressort dont on connaît la constante de raideur k.

1. Faire un bilan des forces exercées sur la masse
2. A l'équilibre, déterminer la masse m de l'objet en fonction de k, de g et de l'élongation δl du ressort.
3. AN : On sait que $g = 10 m.s^{-2}$, $k = 200 N.m^{-1}$ et on mesure $\delta l = 1cm$, Calculer la masse m.



Exercice 2.2 : Equilibre d'un système masse-ressort



Une bille de masse m, supposée ponctuelle M, glisse sans frottements sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontal. Elle est soutenue par un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k. L'autre extrémité du ressort est fixée en O.

1. Faire l'inventaire des forces exercées sur M et les représenter sur un schéma.
2. Calculer la longueur l_r du ressort lorsque la bille M est posée au repos.

Données : champ de pesanteur $g = 9{,}81 m.s^{-1}$, $m = 100g$, $l_0 = 15cm$, $k = 20N.m^{-1}$, $\alpha = 30°$.

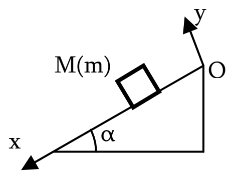
Compétence 3 : Appliquer le PFD

Exercice 3.1 : Chute libre depuis un avion

Un avion vole à l'horizontale selon l'axe (Ox), avec une vitesse constante $\vec{v}_0 = v_0 \cdot \vec{e}_x$. A l'instant t = 0, un parachutiste X saute de l'avion avec une vitesse verticale (axe z) nulle. On supposera que le référentiel $\Re\left(0;\vec{e}_x,\vec{e}_z,t\right)$ est galiléen, que le champ de pesanteur est uniforme $\vec{g} = -g \cdot \overrightarrow{e_z}$ avec $g = \|\vec{g}\| > 0$, et que le parachutiste est soumis à une force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse $\vec{f} = -\beta\vec{v}$, avec $\beta > 0$ le coefficient de frottement fluide.

1. Faire un bilan des forces appliquées sur X, supposé ponctuel.
2. Déterminer les équations différentielles vérifiées par les composantes de $\vec{v}\left(X/\Re\right)$.
3. Déterminer la vitesse du parachutiste et montrer qu'elle tend vers une vitesse limite.
4. Tracer la trajectoire
5. Déterminer les équations horaires de la chute de X

Exercice 3.2 : Glissement sur un plan incliné



Un point M, de masse m, est laché sans vitesse initiale d'un point O et glisse le long de l'axe Ox d'un plan incliné (voir figure).

<u>Cas A:</u> <u>On suppose qu'il n'y a AUCUN frottement</u>

1. Déterminer la vitesse $\vec{v}\left(t\right)$ du point M (appliquer la méthode complète avec PFD).
2. En déduire les équations horaires du mouvement.

<u>Cas B:</u> <u>On suppose qu'il y a une force de frottement SOLIDE,</u> et on note f le coefficient de frottement solide.

3. Déterminer la vitesse $\vec{v}(t)$ du point M.
4. D'après l'expression trouvée, $\vec{v}(t)$ peut-elle être négative (remontée de la pente) ?
5. En déduire les équations horaires du mouvement.

<u>Cas C:</u> <u>On suppose qu'il y a une force de frottement FLUIDE uniquement,</u> d'expression $\vec{f} = -\beta \cdot \vec{v}$, avec $\vec{v}(t)$ la vitesse du point, et avec β le coefficient de frottement fluide. Le frottement solide est ici négligé.

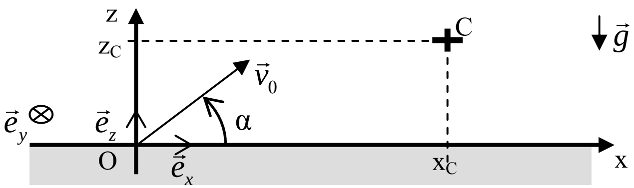
6. Quelle est la dimension de la constante m/β. Choisissez lui un nom.
7. Déterminer la vitesse $\vec{v}(t)$ du point M.
8. En déduire que $\vec{v}(t)$ atteint une vitesse limite $\vec{v}_{\lim}$ et donner son expression.
9. En déduire les équations horaires du mouvement.

<u>Cas D:</u> <u>Avec frottement FLUIDE et SOLIDE</u>

10. Ecrire l'équation vérifiée par la vitesse $\vec{v}(t)$ du point M.

Exercice 3.3 : Tir balistique dans un champ de pesanteur

A l'instant t = 0, une particule ponctuelle M est lancée du point O avec une vitesse initiale $\vec{v_0}$ située dans le plan (Oxz) et faisant avec l'horizontale un angle $\alpha > 0$ susceptible d'être ajusté. Le champ de pesanteur est supposé uniforme $\vec{g} = -g \cdot \vec{e_z}$ avec $g = \|\vec{g}\| > 0$. Dans un premier temps, on suppose que les frottements de l'air sont négligeables.



1. Exprimer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}(M/\Re)$ à l'instant t puis les équations horaires du mouvement.
2. En déduire l'équation de la trajectoire de M et préciser la nature de celle-ci.
3. A quel instant t_S le sommet S de cette trajectoire est-il atteint ? Quelle sont ses coordonnées x_S et z_S ?
4. Quelle est la portée OP du projectile, c'est-à-dire le point P où la trajectoire coupe l'axe (Ox). A quel instant t_P ce point est-il atteint ? Quelle est la norme du vecteur vitesse en P ?

On suppose maintenant que l'air exerce sur la particule une force de frottement de type fluide, proportionnelle à la vitesse et de coefficient h de frottement positif : $\vec{F_f} = -h \cdot \vec{v}$.

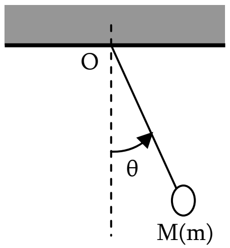
5. Déterminer les composantes du vecteur vitesse $\vec{v}(M/\Re)$ à l'instant t. Montrer que cette vitesse tend vers une vitesse limite $\overrightarrow{v_{\lim}}$.
6. Déterminer les équations horaires du mouvement
7. Déterminer pour le nouveau sommet : t_S, x_S et z_S
8. Montrer que la trajectoire a une asymptote verticale à l'abscisse $x_{\lim}$. Tout représenter.

Exercice 3.4 : Ressort horizontal

Un point matériel M de masse m est lié à un ressort horizontal, l'autre extremité du ressort étant fixe en A. Dans son domaine d'élasticité, le ressort non tendu est caractérisé par une constante de raideur k et une longueur à vide l_0. Le point M glisse sans frottement le long de l'axe $(0, \vec{e}_x)$.

1. Etablir l'équation différentielle du mouvement de M. En déduire la pulsation propre ω_0 des oscillations.
2. A l'instant t = 0, le point est abandonné sans vitesse initiale du point M_0 d'abscisse x_0. Déterminer l'équation horaire du mouvement.

Exercice 3.5 : Oscillation d'un pendule simple



Le référentiel $\Re_G(0; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, t)$ est supposé galiléen. Un pendule simple est constitué d'un objet ponctuel de masse m, suspendu à un fil tendu, inextensible et sans masse, de longueur l. Le champ de pesanteur terrestre est supposé uniforme et la résistance de l'air négligeable. L'extrémité O du fil est fixe.

1. Faire le bilan des forces appliquées à l'objet M.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de M étudié dans le plan de la figure.
3. On fait l'approximation sin(θ)= θ (valable pour de petits angles). Déterminer la pulsation propre ω_0 des oscillations en fonction de g et de l.
4. Déterminer l'équation horaire du mouvement θ(t) en supposant qu'à l'instant t = 0, l'objet M est abandonné sans vitesse initiale d'une position repérée par l'angle θ_0.
5. Exprimer la valeur maximale v_{max} de la vitesse de M au cours du mouvement en fonction de θ_0, de g et de l.