EXOS TECHNIQUES N°6 – Changement de Référentiel

<u>Objectifs :</u> → Redémontrer rapidement les formules de composition des vitesse et accélération

<u>Référentiel</u> $\mathfrak{R}'=\left(O',\overrightarrow{e_x}',\overrightarrow{e_y}',\overrightarrow{e_z}'\right)$ **<u>en mouvement par rapport à</u>** $\mathfrak{R}=\left(O,\overrightarrow{e_x},\overrightarrow{e_y},\overrightarrow{e_z}\right)$: $\begin{cases}\vec{v}\left(O'/\mathfrak{R}\right)=\overrightarrow{v_{abs}}\left(O'\right)\\ \overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\end{cases}$

<u>Formule de dérivation – changement de référentiel</u>

$$\boxed{\left.\frac{d\,\overrightarrow{X}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}=\left.\frac{d\,\overrightarrow{X}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}'}+\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{X}}$$

<u>Loi de composition des vitesses</u>

On a : $$\vec{v}_{abs}\left(M\right)=\vec{v}\left(M/\mathfrak{R}\right)=\left.\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}=\left.\frac{d\overrightarrow{OO'}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}+\left.\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}=\vec{v}\left(O'/\mathfrak{R}\right)+\left.\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}'}+\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{O'M}$$

$$\Rightarrow\ \underbrace{\vec{v}\left(M/\mathfrak{R}\right)}=\underbrace{\vec{v}\left(M/\mathfrak{R}'\right)}+\underbrace{\vec{v}\left(O'/\mathfrak{R}\right)+\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{O'M}}$$

$$\Rightarrow\ \vec{v}_{abs}\left(M\right)=\vec{v}_{rel}\left(M\right)+\vec{v}_{ent}\left(M\right)$$

Terme du à la translation du réf d'entraînement

Terme du à la rotation du réf d'entraînement

<u>Loi de composition des accélérations</u>

On a : $$\overrightarrow{a_{abs}}\left(M\right)=\left.\frac{d\overrightarrow{v\left(M/\mathfrak{R}\right)}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}=\left.\frac{d}{dt}\left(\vec{v}\left(M/\mathfrak{R}'\right)+\vec{v}\left(O'/\mathfrak{R}\right)+\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{O'M}\right)\right|_{\mathfrak{R}}$$

$$\Rightarrow\ \overrightarrow{a_{abs}}\left(M\right)=\overbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{v\left(M/\mathfrak{R}'\right)}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}'}+\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{v\left(M/\mathfrak{R}'\right)}}+\overbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{v\left(O'/\mathfrak{R}\right)}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}}+\overbrace{\left.\frac{d\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}\wedge\overrightarrow{O'M}+\underbrace{\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\left.\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}}_{\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\left.\frac{d\overrightarrow{O'M}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}'}+\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\left(\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{O'M}\right)}}$$

On regroupe les termes :

$$\overrightarrow{a_{abs}}\left(M\right)=\underbrace{\left.\frac{d^2\overrightarrow{O'M}}{dt^2}\right|_{\mathfrak{R}'}}+\underbrace{\left.\frac{d^2\overrightarrow{OO'}}{dt^2}\right|_{\mathfrak{R}}+\left.\frac{d\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}}{dt}\right|_{\mathfrak{R}}\wedge\overrightarrow{O'M}+\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\left(\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{O'M}\right)}+\underbrace{2\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{v\left(M/\mathfrak{R}'\right)}}$$

$$\vec{a}_{abs}\left(M\right)=\vec{a}_{rel}\left(M\right)+\vec{a}_{ent}\left(M\right)+\vec{a}_{cor}\left(M\right)$$

Terme du à la translation du réf d'entraînement $=\overrightarrow{a_{abs}}\left(O'\right)$

2 Termes dus à la rotation du réf d'entraînement

Accélération de Coriolis : $\overrightarrow{a_{cor}}\left(M\right)=2\overrightarrow{\omega_{\mathfrak{R}'/\mathfrak{R}}}\wedge\overrightarrow{v_{rel}}\left(M\right)$