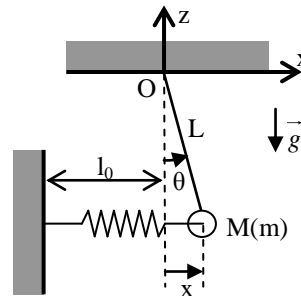


TD12 : Oscillateurs Part1 – Régime Libre et Continu

Exercice 1 : Oscillateur harmonique amorti

Un point matériel M (masse m), attaché à un ressort horizontal (raideur k, longueur au repos l_0) est suspendu à un fil inextensible de longueur L. On considère des petits mouvements quasi horizontaux du point M, repéré par son abscisse x telle que $x \ll L$. En outre, le point matériel M, de vitesse $\vec{v} \approx v \cdot \vec{u}_x$ est soumis à l'action d'une force de frottement fluide $\vec{f}_d \approx -\alpha \cdot \vec{v}$ (avec $\alpha > 0$)

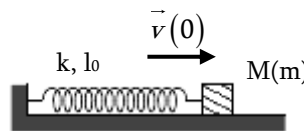
1. Montrer que l'oscillateur peut être considéré comme harmonique sous certaines conditions, et déterminer sa pulsation propre, son coefficient d'amortissement et son facteur de qualité Q.
2. On suppose que les oscillations sont pseudo-périodiques. Déterminer l'expression de x(t) en tenant compte des conditions initiales $\begin{cases} x(0) = x_0 \\ \dot{x}(0) = 0 \end{cases}$
3. Si T est la période des oscillations, on indique que $x((n+1)T) = 0.9 \times x(nT)$. Préciser l'expression de T. Evaluer de manière approchée la valeur de Q dans le cas où l'oscillateur est faiblement amorti, vérifier cette hypothèse.



Exercice 2 : Oscillateur avec frottements solides

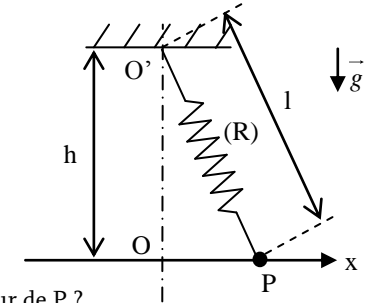
On étudie un point M accroché à un ressort (k, l_0) en prenant en compte les frottements solides de coefficient f. La difficulté est le changement de signe de ce frottement.

1. Déterminer la loi horaire du mobile x(t) pour $0 \leq t \leq t_1$, où t_1 est la première date à laquelle sa vitesse s'annule.
2. Déterminer l'expression de la date t_1 ainsi que l'abscisse x_1 à cette date.
3. Sachant que pour que le solide se mette à glisser à partir d'une vitesse nulle, il faut que la traction soit supérieure à une valeur seuil, dessiner l'allure de la courbe x(t) pour $x > 0$.



Exercice 3 : Equilibre stable ou instable ?

Le référentiel terrestre $\mathcal{R}_G(0; \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z, t)$ est supposé galiléen. Une particule P, de masse m ne peut déplacer que suivant l'axe horizontal (Ox), sans frottements. P est aussi attaché à un ressort (R) de raideur k et de longueur au repos l_0 , dont l'autre extrémité est fixée en O' ($OO' = h$).



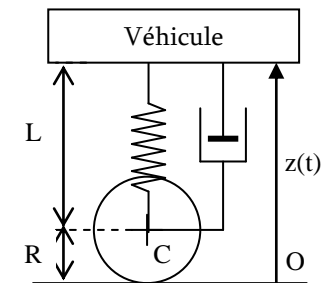
1. Que peut-on dire de l'énergie potentielle de pesanteur de P ?
2. Exprimer l'énergie potentielle E_p totale de P en fonction du paramètre x et des données.
3. A partir du tableau de variation, en déduire le graphe représentatif de la fonction $E_p(x)$. On distinguera les cas où $h > l_0$ et $h < l_0$.
4. En déduire l'existence et la nature des points d'équilibre du point P.
5. Sur quel domaine peut-on considérer que l'on a affaire à un oscillateur harmonique ?

Exercice 4 : Modèle simplifié d'une suspension automobile

La suspension d'un véhicule contribue essentiellement à assurer :
 → La tenue de route et la stabilité (maintien permanent du contact pneu – route).
 → Le confort vibratoire de passagers, quelles que soient les conditions de circulation.

On étudie un modèle de suspension constituée de :
 → Ressort de raideur $k = 1,8 \cdot 10^4 \text{ N/m}$ et de longueur à vide l_0 .
 → Amortisseur exerçant un frottement de type visqueux de coefficient $h = 1660 \text{ Ns/m}$

Le rôle du ressort est d'absorber les irrégularités de la route, alors que l'amortisseur assure le freinage des oscillations de la caisse.



Une seule des suspensions sera étudiée ici. On suppose donc qu'elle supporte un quart de la masse du véhicule : $M = 375 \text{ kg}$. L'étude se fera dans le référentiel lié au sol supposé galiléen. Le pneu, de rayon R et de centre C est supposé complètement rigide

Partie A : Etude statique

1. Le véhicule est immobile sur un sol horizontal. Exprimer la longueur L_0 du ressort à l'équilibre et la garde au sol z_0 du véhicule. (Distance châssis – sol).

Partie B : Etude dynamique

Dans la suite du problème, z_0 sera pris égal à 20cm. Le véhicule est à l'arrêt. Lors d'un essai dynamique à vide, le châssis est abaissé d'une hauteur $H = 5\text{cm}$, puis brusquement libéré sans vitesse initiale. La voiture est animée d'un mouvement de translation vertical.

2. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la position verticale $z(t)$ (châssis- sol)
3. La pesanteur n'intervient pas dans l'équation. Expliquer pourquoi ?
4. Quelle est la nature du mouvement du châssis ? Préciser le sens physique et les valeurs numériques des grandeurs qui caractérisent ce mouvement. Déterminer la solution $z(t)$ avec les conditions initiales proposées et donner graphiquement son allure générale.
5. Le corps humain est conçu pour tolérer des oscillations verticales à la fréquence de la marche, soit un pas par seconde. Comment se comporte-t-il soumis au mouvement calculé à la question précédente ?
6. Quel est l'intérêt pratique de la présence des amortisseurs dans les suspensions ?

Certains systèmes de suspension sont conçus de telle sorte que la valeur du coefficient d'amortissement vérifie la relation $h_0 = \sqrt{4kM}$.

7. Quelle est la nature du mouvement correspondant à cette condition ? Quel est son avantage ? Déterminer dans ce cas la solution $z(t)$ avec les mêmes conditions initiales et tracer son allure générale.

Partie C : Analogie électromécanique

8. Donner le schéma équivalent électrique de la suspension.
9. Que se passerait-il si le pneu n'était plus considéré rigide, mais compressible, c'est à dire plutôt équivalent à un ressort ? Imaginez un schéma équivalent électrique et le nouveau comportement de la suspension.

