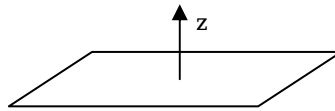


TD25 : EM2 – Théorème de Gauss

Compétence 1 : Calculer un champ à l'aide du théorème de Gauss

Exercice 1 : Plan illimité uniformément chargé

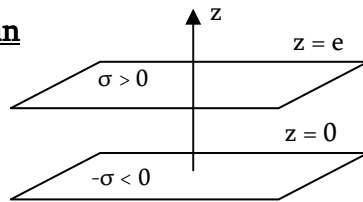
Soit un plan infini (xOy) de densité surfacique constante σ .



1. Calculer le champ électrique par le théorème de Gauss.
2. En déduire le potentiel dans tout l'espace. Que pensez-vous de ce modèle ?
3. Retrouver le champ électrique par calcul direct – Vous y réfléchirez à la maison...

Exercice 2 : Application au Condensateur Plan

On considère d'abord une plaque seule :



1. Rappeler le champ créé par une plaque infinie dans le plan (xOy) uniformément chargée en surface avec la densité $\sigma > 0$.

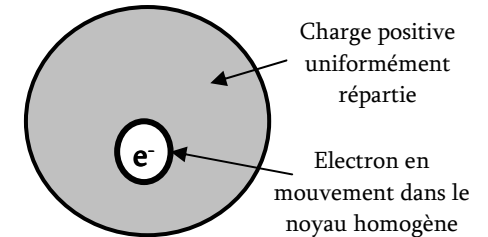
Calculer $\|\vec{E}\|$ pour $\sigma = 7,11 \cdot 10^{-5} \text{ C} \cdot \text{m}^{-2}$, on rappelle que $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \text{ SI}$

On considère maintenant deux plaques infinies parallèles : A dans le plan (xOy) uniformément chargée en surface avec la densité surfacique de charge $-\sigma (< 0)$, et B dans le plan d'équation $z = e$, chargée avec la densité surfacique de charges σ .

2. Exprimer les champs \vec{E}_A et \vec{E}_B créés en tout point de l'espace par les plaques A et B.
3. En utilisant le théorème de superposition, exprimer le champ \vec{E} à l'intérieur et à l'extérieur des deux plaques. Dessiner quelques lignes de champ.
4. Déterminer l'expression de la différence de potentiel $U_{BA} = V_B - V_A$. (AN pour $e = 5\mu\text{m}$)
5. Sur chacun des plans, isolons deux régions identiques d'aire S en regard. En déduire la capacité C du condensateur ainsi formé (Penser à exprimer la charge stockée).
6. Exprimer la force électrostatique \vec{F} qui s'exerce sur la surface S d'une plaque en fonction de σ , ϵ_0 , et S. Préciser son sens et sa direction.

Exercice 3 : Modèle de Thomson de l'Atome d'Hydrogène

Le modèle de Thomson suppose que l'électron est ponctuel, de charge $-e$, et que la charge positive $+e$ (représentant le proton) est uniformément répartie dans une sphère de rayon a_0 . C'est un modèle historique : On a su ensuite que Thomson inversait en fait le rôle du proton et celui de l'électron...



1. Déterminer en tout point M de l'espace le champ électrostatique \vec{E} créé par le proton seul. Distinguer les cas où $r < a_0$ et $r > a_0$.
2. Calculer le potentiel V de ce champ électrique en prenant une référence à l'infini
3. Représenter la norme du champ ainsi que le potentiel
4. Calculer l'énergie potentielle $E_p(r)$ de l'électron soumis à un tel champ
5. Déterminer la position d'équilibre de l'électron et en discuter la stabilité.
6. Le potentiel d'ionisation de l'électron est l'énergie qu'il faut fournir pour arracher un électron à l'atome pris dans son état fondamental. Il s'exprime en électronvolts ($1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$) et vaut 13,6eV. En déduire la valeur de a_0 .

Exo 4 : Champ de pesanteur au sein d'une cavité sphérique d'une planète

Une sphère (O_1, R_1) , homogène de masse volumique ρ est percée d'un trou sphérique (O_2, R_2) .

1. Déterminer le champ gravitationnel en un point M de la cavité
2. En utilisant l'analogie électrostatique – gravitation, donner le champ électrostatique en un point M intérieur à une cavité percée dans une sphère uniformément chargée de densité ρ .

