TD26 : EM3 – Mouvement d'une particule chargée dans un champ $\left(\vec{E},\vec{B}\right)$

Compétence 1 : Mouvement de particule dans un champ électrostatique

Exercice 1 : Oscilloscope – Accélération et Déflexion électrostatique

1. Accélération

Un électron (masse m = $9,1.10^{-31}$ kg, charge q = -e = $-1,6.10^{-19}$ C) émis par une cathode (potentiel V_0 = 0V), sans vitesse appréciable (v_0 = 0), est accéléré par une anode (potentiel V_1 = 100V) dans un canon à électron. On note d la distance anode – cathode (= 10cm).

1.a) Ecrire la relation fondamentale de la dynamique appliquée à l'électron

1.b) Que dire de la force de gravitation ?

1.c) Déterminer l'équation de la trajectoire de l'électron. Commenter.

1.d) Quelle est la vitesse v_1 de l'électron au niveau de l'anode ?

1.e) Retrouver l'expression de la vitesse par une méthode énergétique

2. Déflexion

L'électron entre alors à l'instant redéfini comme t = 0 dans un condensateur plan dont les armatures, de longueur l = 20cm, distantes de d = 10cm sont soumises à une tension U = 2V.

2.a) Déterminer l'ordonnée y_S de l'e^- à la sortie du condensateur en fonction de l, d, v_1 et U.

2.b) Calculer y_S puis le temps τ mis par l'électron pour traverser le condensateur. Commenter.

2.c) Que se passe-t-il si l'on remplace la tension continue U par une tension sinusoïdale u(t) = U cos(ωt), avec une période T = 20ms ?

Compétence 2 : Mouvement de particule dans un champ magnétostatique

Exercice 2 : Déflexion magnétostatique (TV – Spectromètre de masse)

1. Mouvement circulaire uniforme

Dans un référentiel galiléen (Ox, Oy, Oz), des électrons de masse m = $9,1.10^{-31}$ kg, de charge q = -e = $-1,6.10^{-19}$ C, pénètrent en O, à t = 0, à la vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_0 \cdot \overrightarrow{u_z}$ ($v_0 = 6.10^7\, m.s^{-1}$) dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \cdot \overrightarrow{u_y}$ ($B = 20\, mT$).

1.a) On pose $\omega = eB/m$. Déterminer les équations paramétriques x(t), y(t) et z(t) du mouvement de l'électron. Justifier que le mouvement est plan.

1.b) En déduire la nature de la trajectoire, et préciser ses caractéristiques.

2. Déflexion magnétique

La région où règne le champ magnétique est maintenant comprise entre les plans z = 0 et z = L. On note θ l'angle que fait la vitesse de l'électron à l'abscisse z avec l'axe Oz.

2.a) Exprimer la déviation $\Delta\theta = \theta(L) - \theta(0)$ subie par la trajectoire de l'électron en sortie.

2.b) Calculer $\Delta\theta$ pour L = 1cm avec les données numériques de la partie 1.

3. Spectromètre de masse

Proposer une méthode pour séparer des atomes différents ou deux isotopes du même atome à l'aide d'un champ magnétique.

Compétence 3 : Utiliser la loi d'Ohm locale

Exercice 3 : Conducteur ohmique en argent

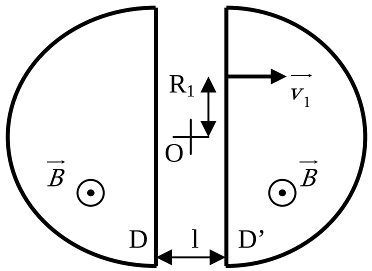
On considère que les électrons de conduction de l'argent (électrons libres) de vitesse $\vec{v}$ sont soumis à un champ électrique local $\vec{E}$, et à une force de frottement $\vec{F_\tau} = \frac{-m}{\tau} \cdot \vec{v}$.

1. Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement d'un électron.
2. En donner la solution en régime permanent.
3. Donner la solution $\vec{v}(t)$ de l'équation, dans le cas où $\vec{v}(0) = \vec{0}$. Proposer une interprétation graphique de τ, et justifier qu'on l'appelle « temps de relaxation ».
4. Calculer la densité particulaire d'électrons n de l'argent. On donne $M_{Ag} = 108\, g.mol^{-1}$, $\rho_{Ag} = 10,5\, kg.L^{-1}$
5. Déduire en régime permanent le vecteur densité volumique de courant $\vec{j}$
6. Pour un fil cylindrique de 1m de longueur et de 1mm de rayon, on mesure une résistance R = 5mΩ. Quelle est la conductivité de l'argent ?
7. En déduire le temps de relaxation τ
8. Pour un courant de 10A, quelle est la vitesse de déplacement des électrons ?

Compétence 4 : Effet combiné des champs électriques et magnétiques

Exercice 4 : Cyclotron

Le cyclotron est un accélérateur de particules, constitué de deux demi-cylindres métalliques D et D', appelés 'dees', d'axe vertical commun (Oz), placés dans le vide, et dans lesquels règne un champ magnétostatique uniforme et constant $\vec{B} = B \cdot \vec{e_z}$.



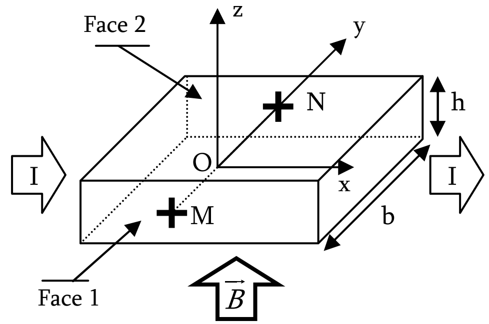
Les deux demi-cylindres sont séparés d'une distance l, sur laquelle les particules sont accélérées grâce à une différence de potentiel sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(\omega t)$. Une particule de masse m et de charge q > 0 est injectée dans le dispositif au voisinage de O, avec une vitesse $\vec{v_1} = v_1 \cdot \vec{e_x}$, sur une trajectoire circulaire centrée en O et de rayon R_1. Le temps de passage d'un dee à l'autre est négligeable, et l'étude se fait dans le cadre de la mécanique newtonienne.

1. Exprimer, en fonction de q, m et B, la fréquence qu'il convient de donner à la tension accélératrice pour que les particules soient effectivement accélérées chaque fois qu'elles traversent l'espace entre les deux dees. AN avec des protons : $m = 1{,}67.10^{-27}\,kg$, B = 1T.
2. Sachant que la trajectoire d'une particule est formée d'une suite de demi-cercles centrées au voisinage de O, de rayon successifs R_1, R_2, …, R_n reliés par des éléments de trajectoire rectiligne entre les deux dees, exprimer le rayon R_n en fonction de q, m, B, n, v_1 et U_m.
3. Des protons sont injectés sur une trajectoire de rayon $R_1 = 5{,}2.10^{-8}\,m$, dans un champ B = 1T, le diamètre utile du cyclotron étant D = 0,625m et la tension accélératrice étant d'amplitude $U_m = 2.10^4\,V$, calculer :
   - 3.a) La vitesse maximale atteinte par les protons sortant tangentiellement du cyclotron, ainsi que l'énergie cinétique acquise, exprimée en Joules, puis en Mégaélectronvolts (MeV)
   - 3.b) Le nombre de tours effectués par les particules dans l'appareil
   - 3.c) Le temps de transit dans l'appareil Δt correspondant
4. Expliquer ce que signifie « dans le cadre de la mécanique newtonienne »

Exercice 5 : Effet Hall

On considère une plaque rectangulaire d'épaisseur h, et de largeur b, représentée sur la figure suivante. Elle est réalisée dans un semi-conducteur où la conduction électrique est assurée par des électrons mobiles dont le nombre par unité de volume est n. La plaque est parcourue par un courant d'intensité I, uniformément réparti sur la section de la plaque avec la densité volumique $\vec{J} = J \cdot \vec{e_x}$ $(J > 0)$.

Elle est alors placée dans un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B \cdot \vec{e_z}$ $(B > 0)$, crée par des sources extérieures. Le champ magnétique crée par le courant dans la plaque est négligeable devant le champ extérieur, et on suppose que le vecteur densité de courant est toujours porté par l'axe (Ox) (circulation permanente des e^-).



1. Champ électrique de Hall $\vec{E_H}$

1.a) Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}$ des électrons dans la plaque en fonction de $\vec{J}$, n et e.

1.b) Lors de l'apparition d'un champ magnétique extérieur $\vec{B}$, le courant est dévié et il va y avoir accumulation de charges. Faire un schéma représentant ce changement.

1.c) En régime permanent, le vecteur densité de courant $\vec{J}$ est parallèle à l'axe (Ox), en déduire que l'accumulation des charges fait apparaître un champ électrique dit de Hall d'expression : $\vec{E_H} = \dfrac{1}{ne} \vec{J} \wedge \vec{B}$.

1.d) Exprimer les composantes de $\vec{E_H}$

2. Tension de Hall et mesure du champ

2.a) On considère deux points M et N en vis-à-vis des faces 1 (x=-b/2) et 2 (x=+b/2) de la plaque. Calculer la différence de potentiel $U_H = V_N - V_M$ appelée tension de Hall

2.b) Montrer que U_H peut s'écrire $U_H = \dfrac{C_H}{h} \cdot I \cdot B$, et expliciter la constante C_H. En quoi la mesure de cette tension de Hall peut-elle être utile ?

2.c) AN : Pour l'antimoniure d'indium InSb, $C_H = 375.10^{-6}\,u_{SI}$, $I = 0{,}1A$, $h = 0{,}3\,mm$ et $U_H = 88\,mV$. Calculer B ainsi que la densité volumique n en électrons.m^{-3}.