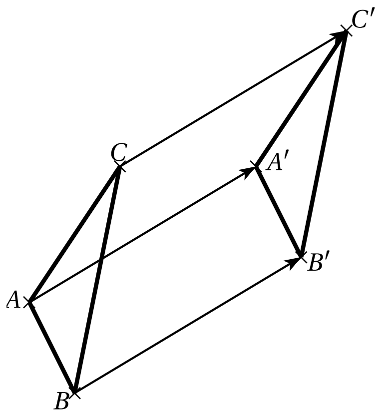
Chapite 6 : Géométrie plane - Rappels sur les vecteurs

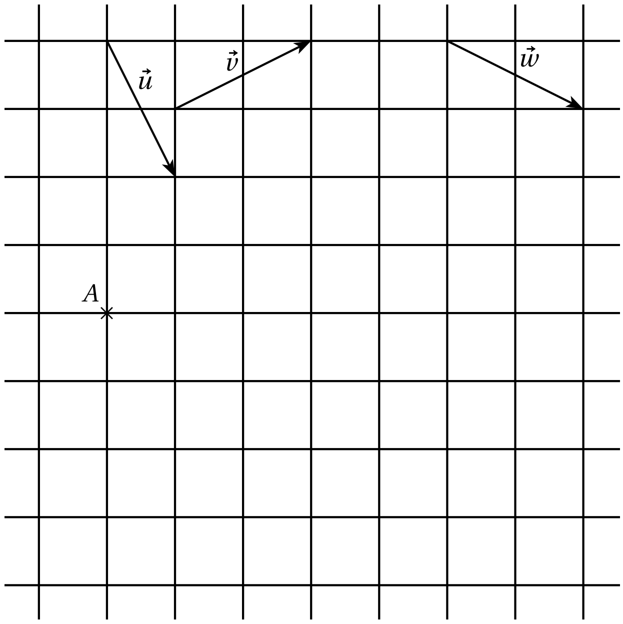


Une **translation** est une transformation du plan qui consiste à faire glisser ensemble tous les points du plan selon un même déplacement.
Ce déplacement est appelé **vecteur** et est caractérisé par :

1. ....
2. ....
3. ....

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont égaux si et seulement si ....

On dit que deux vecteurs sont **colinéaires** si et seulement si ....



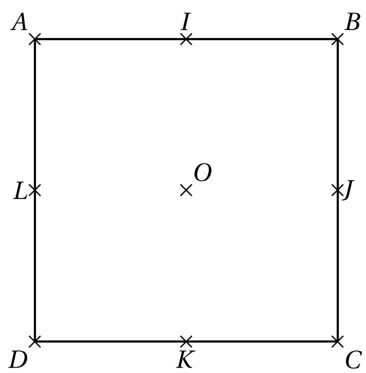
Application 1.

1. Placer le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
   On dit que $\overrightarrow{AB}$ est .... du vecteur $\vec{u}$.
2. Placer le point C tel que $\overrightarrow{AC} = \vec{u} + \vec{v}$.
3. Placer les points D et E tels que
   $$\overrightarrow{AD} = 2\vec{u} + \vec{v} \text{ et } \overrightarrow{CE} = -\vec{u}.$$
4. Justifier que $ABDC$ est un parallélogramme.
5. Exprimer les vecteurs
   $$\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BE}; \overrightarrow{CA}; \overrightarrow{EB}; \overrightarrow{ED}$$
   en fonction des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$.
6. Placer les points F, G et H tels que $\overrightarrow{CF} = \vec{v} - 2\vec{w}$, $\overrightarrow{AG} = \frac{3}{2}\vec{v} + \frac{1}{2}\vec{w}$, $\overrightarrow{BH} = -\frac{1}{2}\vec{v} + \frac{3}{2}\vec{w}$.

Proposition 1.

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \iff$ *le quadrilatère $ABDC$ est* ....
- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ .... *(Relation de Chasles).*
- *Si on renverse le sens d'un vecteur $\vec{u}$ on obtient le vecteur* ....
- *Si $\vec{u}$ est un vecteur et k un scalaire positif, le vecteur $k\vec{u}$ a mêmes* .... *que $\vec{u}$;* *sa norme vaut* ....

Application 2.
$ABCD$ est un carré de centre O.
I, J, K et L sont les milieux respectifs de $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$.



1. Compléter :
   $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{....B}$; $\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{A.....}$
   $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{O......} = \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{A.....} = \overrightarrow{AC}$
   $\overrightarrow{IB} = \overrightarrow{DK}$ donc le quadrilatère .... est un ....
2. Écrire le plus simplement les vecteurs suivants en détaillant les calculs.
   $$\vec{u} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DJ}$$
   $$\vec{v} = \overrightarrow{IJ} - \left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}\right) - \left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{JB}\right)$$
   $$\vec{w} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{CA} + 3\left(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}\right) - 2\overrightarrow{CB}$$

Définition 1. • Une **base du plan** est ....

• Un **repère du plan** est la donnée ....

Proposition 2. • *Si $\mathscr{B} = (\vec{i}, \vec{j})$ est une base du plan, tout vecteur $\vec{u}$ du plan s'écrit comme une combinaison linéaire de $\vec{i}$ et $\vec{j}$:* ....

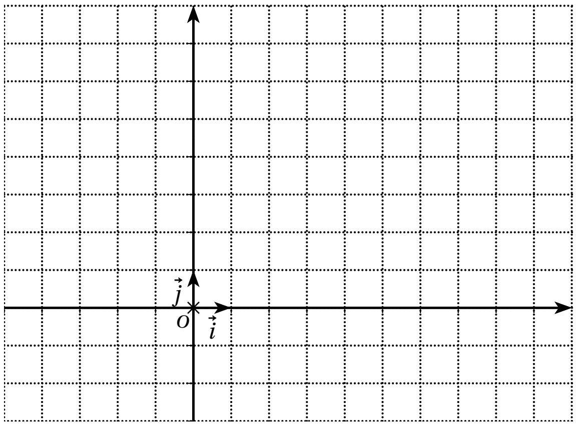
• *Si $\mathscr{R} = (O, \vec{i}, \vec{j})$ est un repère du plan et M un point du plan, alors les coordonnées de M sont* ....

• *Si deux point A et B ont pour coordonnées (x_A, y_A) et (x_B, y_B) dans le repère $\mathscr{R}$, alors $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées* .... *dans la base $\mathscr{B}$.*

Application 3.

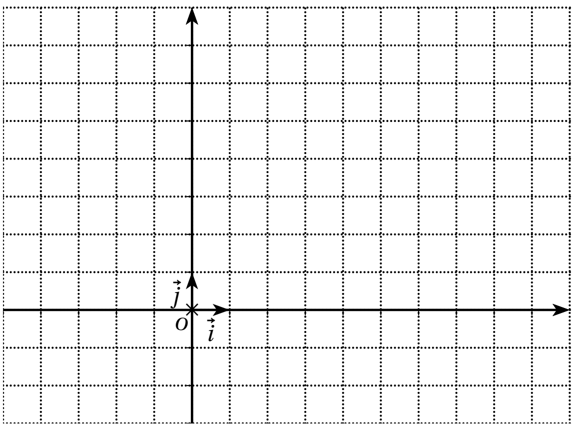
Dans le repère ci-contre, représenter les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$:

1. avec pour origine le point O ;
2. avec pour origine le point $A(2;3)$;
3. avec pour origine le point $B(-3;1)$.



Application 4. On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ et on considère trois points $A(1;2)$, $B(-1;3)$ et $C(4;6)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
2. Calculer les normes des trois vecteurs précédents.
3. Calculer les coordonnées et la norme du vecteur $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC}$. Peut-on ajouter les normes ?
4. Calculer les coordonnées et la norme du vecteur $2\overrightarrow{AC}$.
5. Vérifier vos calculs en plaçant les points dans le repère ci-dessous.



Application 5. Dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$, un vecteur $\vec{F}$ a pour norme 5 et forme un angle θ avec $\vec{i}$.

1. Déterminer les coordonnées de $\vec{F}$ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$ dans chacun des cas suivants :
   (a) avec $\theta = \dfrac{\pi}{6}$; (b) avec $\theta = \dfrac{\pi}{4}$; (c) avec $\theta = \dfrac{\pi}{3}$.
2. On considère le vecteur $\vec{u}$ de norme 1 formant un angle α avec $\vec{i}$ et on prend $\vec{v}$ de sorte que $(\vec{u}, \vec{v})$ soit une base orthonormée directe.
   Exprimer les coordonnées de $\vec{F}$ dans la base $(\vec{u}, \vec{v})$ dans les trois cas précédents et en fonction de $\cos\alpha$ et $\sin\alpha$.