Colles : semaine 11

VIII Réduction des endomorphismes et des matrices carrées

VIII.A Vecteurs propres et valeurs propres d'un endomorphisme

VIII.B Réduction d'un endomorphisme en dimension finie

VIII.C Réduction d'une matrice carrée

VIII.D Puissances d'une matrice carrée

VIII.E Suites à récurrence linéaire d'ordre 2

Structure de l'ensemble des suites numériques vérifiant une relation de récurrence linéaire d'ordre 2 à coefficients constants. Équation caractéristique. Base de solutions.

On se limite au cas homogène. Il faut savoir traduire une récurrence scalaire d'ordre 2 en une récurrence vectorielle d'ordre 1 du type $X_{n+1} = AX_n$ et connaître la forme des solutions à l'aide de l'équation caractéristique.

IX Espaces préhilbertiens réels

IX.A produit scalaire

Définition du produit scalaire. Exemples sur $\mathbb{R}^n$, $\mathbb{R}_n[X]$ et $\mathcal{C}([a,b],\mathbb{R})$. Inégalité de Cauchy-Schwarz. Norme associée et distance associée au produit scalaire.

Démonstrations à connaître (pas plus de 15-20 minutes) :

1. Si $E = \mathbb{R}[X]$ (espace vectoriel des polynômes) et $a < b$, on définit un produit scalaire par :
$$(P \mid Q) = \int_a^b P(t)Q(t)\,\mathrm{d}t$$
2. $E = \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$, on définit un produit scalaire par :
$$(A \mid B) = \mathrm{Tr}(A^T B)$$
3. Inégalité de Cauchy-Schwarz + cas d'égalité.
4. Inégalité triangulaire (à partir de Cauchy Schwarz) + cas d'égalité.