

## Colles : semaine 13

### IX Séries de Fourier

#### IX.A Espace préhilbertien réel des fonctions continues, $T$ -périodiques

Introduction de  $S_n(f)$  comme projection orthogonale de  $f$  sur le sous-espace  $D_n$  engendré par les fonctions  $t \mapsto \cos(k\omega t)$  pour  $k \in \mathbb{N}$  et  $t \mapsto \sin(k\omega t)$  pour  $k \in \mathbb{N}^*$ . Coefficients de Fourier. Formule de Parseval.

#### IX.B Fonctions de classe $\mathcal{C}^1$ par morceaux

On revoit également les fonctions continues par morceaux, et le prolongement de la dérivée.

#### IX.C Généralisation aux fonctions continues par morceaux, $T$ -périodiques, à valeurs réelles ou complexes

$S_n(f)$ , coefficients de Fourier, formule de Parseval.

#### IX.D Théorème de Dirichlet

Convergence, quand  $n \rightarrow +\infty$ , de  $S_n(f)$  :

- Vers  $t \mapsto \frac{1}{2}(f(t_+) + f(t_-))$  quand  $f$  est  $T$ -périodique, de classe  $\mathcal{C}^1$  par morceaux.
- Vers  $t \mapsto f(t)$  quand  $f$  est  $T$ -périodique, continue, de classe  $\mathcal{C}^1$  par morceaux.

**Démonstrations à connaître (pas plus de 15-20 minutes) :**

Les résultats étant largement admis, aucune démonstration n'est au programme cette semaine.