Colles : semaine 15

X Espaces euclidiens

X.A Matrices orthogonales

X.B Isométries vectorielles

X.C Classification des isométries vectorielles en dimension 2

X.D Classification des isométries vectorielles en dimension 3

X.E Matrices symétriques réelles

Les sous-espaces propres d'une matrice symétrique réelle sont deux à deux orthogonaux. Théorème spectral.

XI Fonctions d'une variable réelle à valeurs dans $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$

XI.A Fonctions vectorielles

Continuité, dérivabilité (définition à l'aide des fonctions coordonnées). Interprétation géométrique et cinématique de la dérivée. Dérivée d'une somme, d'un produit par une fonction à valeurs réelles. Applications de classe $\mathcal{C}^k$. Formule de Taylor-Young, développement limité d'une fonction de classe $\mathcal{C}^k$. Dans l'espace euclidien $\mathbb{R}^2$ ou $\mathbb{R}^3$ (éventuellement orienté), dérivation d'un produit scalaire, d'une norme, d'un déterminant et d'un produit vectoriel.

Démonstrations à connaître (pas plus de 15-20 minutes) :

— Soit E euclidien, f une isométrie de E et F un sous-espace vectoriel de E, stable par f.
Alors $F^\perp$ est stable par f.

— Si A est une matrice symétrique réelle et λ, μ deux valeurs propres de A, alors E_λ et E_μ sont des sev orthogonaux.

— Théorème spectral pour une matrice de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

— Dérivée du produit scalaire et de la norme de fonctions vectorielles dérivables de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}^2$.