

## Colles : semaine 20

### XII Variables aléatoires

#### XII.A Définitions

Variable aléatoire réelle. Loi de probabilité. Fonction de répartition. Image par une application.

#### XII.B Lois usuelles

Loi certaine. Loi uniforme. Loi de Bernoulli. Loi binomiale. Loi géométrique. Loi de Poisson. Approximation de la loi binomiale par la loi de Poisson.

#### XII.C Espérance d'une variable aléatoire

Définition. Espérance des lois usuelles. Linéarité de l'espérance. Théorème du transfert.

#### XII.D Variance et écart-type

Si  $X^2$  est d'espérance finie, définition de la variance de  $X$ . Variance des lois usuelles. Inégalité de Tchebychev.

### XIII Équations différentielles

#### XIII.A Équations linéaires scalaires du premier ordre : rappels

#### XIII.B Équations linéaires scalaires du second ordre

Structure de l'ensemble des solutions ; problème de Cauchy ; cas où on connaît une solution particulière de l'équation homogène, qui ne prend pas la valeur 0 ; exemple de recherche de solutions sous forme de polynômes, de séries entières.

##### Démonstrations à connaître :

- Montrer que  $V(X) = E[(X - E(X))^2]$  et que  $V(aX + b) = a^2V(X)$ .
- Solutions générales de l'équation différentielle linéaire homogène du premier ordre.
- Soit  $(E) : x'' + a(t)x' + b(t)x = c(t)$ .

Si  $\varphi$  est une solution ne s'annulant pas de l'équation homogène, la recherche d'une solution de  $(E)$  sous la forme  $x(t) = \varphi(t)z(t)$  conduit à l'équation :

$$z''(t) + z'(t) \left[ a(t) + 2 \frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)} \right] = \frac{c(t)}{\varphi(t)}$$