

Colles : semaine 22

XIII Équations différentielles

XIII.A Équations linéaires scalaires du premier ordre : rappels

XIII.B Équations linéaires scalaires du second ordre

Structure de l'ensemble des solutions ; problème de Cauchy ; cas où on connaît une solution particulière de l'équation homogène, qui ne prend pas la valeur 0 ; exemple de recherche de solutions sous forme de polynômes, de séries entières.

XIII.C Systèmes différentiels linéaires à coefficients constants

Écriture sous la forme $X' = AX$ où A est une matrice réelle ou complexe de taille $n \times n$ à coefficients constants. Existence et unicité de la solution d'un problème de Cauchy. Structure de l'ensemble des solutions.

Comportement asymptotique des solutions en fonction de la partie réelle

XIV Fonction de plusieurs variables

XIV.A Introduction à la topologie de \mathbb{R}^n

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^n . Boules. Partie bornée de \mathbb{R}^n . Partie ouverte, partie fermée. Point intérieur, point extérieur, point adhérent. Frontière (ou bord) d'une partie de \mathbb{R}^n .

Remarque : dans ce paragraphe, l'objectif est la compréhension des concepts, sans entrer trop dans le détail des démonstrations. Ainsi, de reconnaître qu'un ensemble U est ouvert en précisant, pour un élément $a \in U$, le rayon d'une boule $B(a, r)$ incluse dans U .

XIV.B Limites et continuité

Limite en un point adhérent, continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations (l'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme).

Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.

Démonstrations à connaître :

- Solutions générales de l'équation différentielle linéaire homogène du second ordre à coefficients constants
 $y'' + ay' + by = 0$: résolution matricielle dans le cas où les deux valeurs propres sont distinctes.
- Toute réunion d'ouverts est un ouvert. Toute intersection finie d'ouverts est un ouvert.
- Une boule ouverte de \mathbb{R}^n est un ouvert.