

Colles : semaine 23

XIV Fonction de plusieurs variables

XIV.A Introduction à la topologie de \mathbb{R}^n

Norme et distance euclidienne dans \mathbb{R}^n . Boules. Partie bornée de \mathbb{R}^n . Partie ouverte, partie fermée. Point intérieur, point extérieur, point adhérent. Frontière (ou bord) d'une partie de \mathbb{R}^n .

Remarque : dans ce paragraphe, l'objectif est la compréhension des concepts, sans entrer trop dans le détail des démonstrations. Ainsi, de reconnaître qu'un ensemble U est ouvert en précisant, pour un élément $a \in U$, le rayon d'une boule $B(a, r)$ incluse dans U .

XIV.B Limites et continuité

Limite en un point adhérent, continuité en un point, continuité sur une partie. Opérations (l'étude de la continuité d'une fonction de plusieurs variables n'est pas un attendu du programme).

Toute fonction réelle continue sur une partie fermée bornée est bornée et atteint ses bornes.

XIV.C Dérivées partielles

Dérivées partielles d'ordre 1. Gradient. Point critique. Application de classe \mathcal{C}^1 . Opérations.

Développement limité à l'ordre 1 d'une fonction de classe \mathcal{C}^1 . Existence admise.

Dérivée de $t \mapsto f(x(t), y(t))$. Dérivées partielles de $(u, v) \mapsto h(f(u, v), g(u, v))$. Les étudiants doivent connaître le cas particulier des coordonnées polaires et savoir étendre les deux résultats précédents au cas de trois variables.

Dérivées partielles d'ordre 2. Notations. Application de classe \mathcal{C}^2 . Opérations. Théorème de Schwarz.

XIV.D Équations aux dérivées partielles

Exemples de résolution d'équations aux dérivées partielles du premier et du second ordre.

Les étudiants doivent être capables d'utiliser un changement de variables dans les deux cas suivants : transformation affine, passage en coordonnées polaires. L'expression des solutions en fonction des variables initiales n'est pas un attendu.

XIV.E Extremums d'une fonction de deux variables

Si une fonction de classe \mathcal{C}^1 sur un ouvert de \mathbb{R}^2 admet un extremum local en un point, alors celui-ci est un point critique. Exemples de recherche d'extremums globaux sur une partie fermée bornée de \mathbb{R}^2 .

Démonstrations à connaître : Pas de démonstration cette semaine.