

Courbes

Exercice 1

Étudier les courbes paramétrées :

1. $\Gamma : \begin{cases} x = e^t \\ y = t^2 \end{cases}$ (point d'inflexion et tangente en ce point)
2. $\Gamma : \begin{cases} x = \frac{1}{t^3 + 2} \\ y = \frac{t}{t^3 + 2} \end{cases}$ (asymptotes)
3. $\Gamma : \begin{cases} x = \frac{1 - t^2}{1 + t^2} \\ y = \frac{1 + t^2}{1 + t^2} \end{cases}$ (point de rebroussement de première espèce)
4. $\Gamma : \begin{cases} x = 2 \cos 2t \\ y = \sin 3t \end{cases}$ (point de rebroussement de seconde espèce)

[cp012]

Exercice 2

On considère la courbe Γ d'équation paramétrée

$$x(t) = 3t^2 \quad \text{et} \quad y(t) = 2t^3$$

Déterminer et tracer l'ensemble Γ' des points par lesquels passent deux tangentes perpendiculaires à la courbe (on l'appelle la courbe orthoptique de Γ).

[cp018]

Exercice 3

On donne la courbe Γ de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = (1 + \cos t) \cos t \\ y = (1 + \cos t) \sin t \\ z = 4 \sin(t/2) \end{cases} .$$

Quel sont les points réguliers de la courbe? Déterminer le vecteur tangent unitaire en ces points, et montrer que la tangente fait un angle constant avec l'axe (Oz) . Calculer la longueur de Γ .

[cp013]

Exercice 4

Calculer la longueur de la courbe Γ d'équation $y = e^x$ entre les points de Γ d'abscisses respectives 0 et 1.

[cp015]

Exercice 5

1. Tracer la courbe Γ de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 3 \cos t + 3 \cos(2t) + \cos(3t) \\ y = 3 \sin t + 3 \sin(2t) + \sin(3t) \end{cases} .$$
2. Calculer la longueur L de la courbe.

[cp017]

Exercice 6

1. Tracer la courbe Γ de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x(t) = \cos^2(t) + \ln |\sin t| \\ y(t) = \sin t \cos t \end{cases} .$$
2. Calculer la longueur L de la boucle de Γ entre ses deux points de rebroussement.

[cp036]

Exercice 7

1. Tracer la courbe Γ de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x(t) = 2 \arctan t \\ y(t) = \ln \left(\frac{1+t^2}{1-t^2} \right) \end{cases} .$$
2. Calculer la longueur L de la boucle de Γ entre les points de paramètres 0 et $1/2$.

[cp037]

Exercice 8

Tracer la courbe Γ de représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x(t) = (1 + \cos^2(t)) \sin t \\ y(t) = \sin^2(t) \cos t \end{cases}$$

Calculer sa longueur.

[cp038]
